

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 OCTOBRE 1902.

PRÉSIDENCE DE M. BOUQUET DE LA GRYE.

---

## MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Démonstration de l'irréductibilité absolue de l'équation  $y'' = 6y^2 + x$ .* Note de M. PAUL PAINLEVÉ.

« 1. Je suis parvenu récemment à démontrer l'irréductibilité absolue de l'équation

$$(1) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 6y^2 + x,$$

la plus simple des équations différentielles du second ordre qui définissent des transcendentes uniformes nouvelles.

» Précisons d'abord le problème qui se pose. Considérons une équation quelconque de la forme

$$(2) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = R(x, y) \quad (R \text{ rationnel en } x, y),$$

que nous écrirons ainsi :

$$(3) \quad \frac{dy}{dx} = z, \quad \frac{dz}{dx} = R(x, y).$$

» Soient  $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$  deux intégrales premières (distinctes) de (2); elles vérifient les équations

$$(4) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} z + \frac{\partial u}{\partial z} R(x, y) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} z + \frac{\partial v}{\partial z} R(x, y) = 0,$$

équations compatibles avec la suivante (qui résulte de la connaissance

d'un dernier multiplicateur) :

$$(5) \quad \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} = 1.$$

» Il est clair que des systèmes (4), (5) on peut en déduire une infinité d'autres (algébriques) en effectuant sur  $u, v$  une transformation ponctuelle telle seulement que le jacobien de la transformation soit algébrique par rapport aux nouvelles variables  $u, v$ . Plus généralement, on pourra remplacer l'équation (5) par la suivante :

$$\frac{D(u, v)}{D(y, z)} = A(u, v),$$

$A(u, v)$  vérifiant un système (compatible) arbitrairement choisi d'équations algébriques en  $u, v, \frac{\partial A}{\partial u}, \frac{\partial A}{\partial v}, \frac{\partial^2 A}{\partial u^2}, \dots$ . Soit  $\Sigma$  un quelconque de ces systèmes : il est évident que l'intégration d'un système  $\Sigma$  exige, au préalable, celle du système (4) et (5). L'équation (2) n'est donc *réductible* que s'il existe des équations algébriques en  $x, y, z, u, v, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial^2 u}{\partial u^2}, \dots$ , qui soient compatibles <sup>(1)</sup> avec les équations (4) sans en résulter, et qui forment avec (4) un système distinct de tous les systèmes  $\Sigma$ . *Dans le cas contraire, l'intégrale générale de l'équation (2) ne peut être définie par aucun système différentiel plus facile à intégrer que le système (4), (5) ou d'ordre différentiel moindre*; le groupe de rationalité de l'équation (2) est alors le groupe infini

$$u_1 = \varphi(u, v), \quad v_1 = \psi(u, v), \quad \frac{D(\varphi, \psi)}{D(u, v)} \equiv 1.$$

» 2. Ceci posé, je vais montrer que l'équation (1) est *irréductible*. Si l'on veut encore, au point de vue de l'intégration *formelle*, elle appartient à la classe d'équations (2) *la plus générale*. En particulier, *il est impossible qu'une intégrale première  $u(x, y, z)$  vérifie une équation algébrique en  $x, y, z, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \dots$ , qui ne soit pas une conséquence de l'équation*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} z + \frac{\partial u}{\partial z} (6y^2 + x) = 0.$$

(1) J'entends par là que ces équations ont, avec (4), au moins une solution commune  $u, v$ , où  $u, v$  sont deux fonctions distinctes de  $x, y, z$ .



» La démonstration repose essentiellement sur le théorème de M. Drach, sans lequel le problème serait inabordable. Ce théorème (combiné avec l'énumération des groupes continus à deux variables qu'a donnée S. Lie) conduit aussitôt à la conclusion suivante :

« Si une équation (2) est réductible :

» 1° Ou bien il existe un système linéaire en  $u(x, y, z)$  dont l'intégrale générale est de la forme  $u = \alpha u_1 + \beta u_2 + \gamma$  [ $\alpha, \beta, \gamma$  sont des constantes arbitraires;  $u_1, u_2$  deux intégrales premières distinctes de (2)]. Autrement dit, le groupe de rationalité de l'équation (2) est linéaire, et même linéaire spécial.

» 2° Ou bien une intégrale première  $u(x, y, z)$  vérifie le système rationnel

$$(6) \quad \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{L(x, y, z)} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{M(x, y, z)} = \frac{\frac{\partial u}{\partial z}}{N(x, y, z)}.$$

Nous allons voir que ces deux hypothèses sont inadmissibles pour l'équation (1).

3. L'hypothèse 1° peut être écartée par une discussion où intervient le développement d'une solution quelconque  $y(x)$  de (1) autour d'un de ses pôles  $x_0$ , à savoir<sup>(1)</sup> :

$$(7) \quad \begin{cases} y(x) = \frac{1}{(x-x_0)^2} - \frac{x_0}{10}(x-x_0)^2 - \frac{1}{6}(x-x_0)^3 \\ \quad + h(x-x_0)^4 + (x-x_0)^6(\dots), \end{cases} \quad (h \text{ constante arbitraire}).$$

» Mais une remarque intuitive, qui m'a été communiquée par M. Drach, évite toute discussion : si le groupe de rationalité de (1) est linéaire, il en va de même pour l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 6y^2 + \alpha x + \beta \quad (\alpha, \beta \text{ constantes quelconques})$$

[qui se déduit de l'équation (1) en changeant  $y$  en  $\frac{y}{x^2}$  et  $x$  en  $(\alpha x + \gamma)$ ], et en particulier pour l'équation  $y'' = 6y^2 + \beta$ . Or, le groupe de cette dernière équation est connu, et (pour  $\beta \neq 0$ ) peut recevoir la forme.

$$u_1 = u, \quad v_1 = v + a\omega_1(u) + b\omega_2(\bar{u}) + c$$

( $a, b, c$  paramètres du groupe;  $\omega_1$  et  $\omega_2$  périodes de l'intégrale elliptique

(<sup>1</sup>) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXVIII, 1900, p. 28.

de module  $u$ ). Comme ce groupe reste transcendant après n'importe quelle transformation ponctuelle, il ne saurait être semblable à un groupe linéaire.

» 4. Étudions l'hypothèse 2°. Il est loisible d'admettre que, dans les égalités (6),  $M$  et  $N$  sont des polynômes premiers entre eux,  $L$  étant donné par la relation :  $L + Mz + N(6y^2 + x) \equiv 0$ .

» La condition de compatibilité des équations (6) s'écrit aussitôt

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} z + \frac{\partial M}{\partial z} (6y^2 + x) + 12yN}{\frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} z + \frac{\partial N}{\partial z} (6y^2 + x) + M} \equiv \frac{M}{N},$$

ou encore (la fraction  $\frac{M}{N}$  étant irréductible) :

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} z + \frac{\partial M}{\partial z} (6y^2 + x) + 12yN = H(x, y, z)M, \\ \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} z + \frac{\partial N}{\partial z} (6y^2 + x) + M = H(x, y, z)N, \end{cases}$$

$H$  désignant un polynôme; il suffit de comparer les degrés des deux membres des deux égalités (8) pour voir que  $H$  est au plus du premier degré en  $z$ , et du second en  $y$ .

» Les conditions (8) expriment que  $M$ ,  $N$ ,  $H$ , quand on y remplace  $y$  par une solution *arbitraire*  $y(x)$  de (1) et  $z$  par  $\frac{dy}{dx}$ , deviennent des fonctions  $M_1(x)$ ,  $N_1(x)$ ,  $H_1(x)$ , qui vérifient les équations

$$\frac{dM_1}{dx} + 12y(x)N_1 = H_1M_1, \quad \frac{dN_1}{dx} + M_1 = H_1N_1,$$

et, par suite,

$$\frac{d^2 N_1}{dx^2} = 2H_1 \frac{dN_1}{dx} + \left[ \frac{dH_1}{dx} - H_1^2 + 12y(x) \right] N_1;$$

si donc on pose

$$(9) \quad P_1 = N_1 e^{\int H_1(x) dx},$$

il vient

$$(10) \quad \frac{d^2 P_1}{dx^2} = 12y(x)P_1.$$



» Dans le voisinage d'un pôle  $x = x_0$  de  $y(x)$ , cette équation (10), très analogue à une équation de Lamé, a son intégrale générale méromorphe [en vertu de la formule (7)], ce qui exige [d'après (9)] que  $H_1(x)$  n'ait que des pôles simples. Or,  $H_1$  est de la forme

$$a(x) + y'b(x) + y[a_1(x) + y'b_1(x)] + y^2[a_2(x) + y'b_2(x)],$$

et, si l'on remplace  $y$  et  $y'$  d'après (7), on voit que les pôles de  $H_1$  sont au moins doubles, à moins que  $H$  ne se réduise identiquement à  $a(x)$ : En définitive, *si l'équation (1) est réductible, il existe un polynôme en  $y, z$ , holomorphe en  $x$ , — à savoir  $P(x, y, z) \equiv N(x, y, z)e^{\int a(x)dx}$ , — qui satisfait à la condition (10), où  $P_1$  désigne la fonction de  $x$  obtenue en remplaçant (dans  $P$ )  $y$  et  $z$  par une solution arbitraire  $y(x)$  de (1) et sa dérivée. Toute la difficulté est de montrer qu'une telle expression  $P$  n'existe pas.*

» 5. A cet effet, je change  $x$  en  $\alpha x$ ,  $y$  en  $\frac{y}{\alpha^2}$ ,  $z$  en  $\frac{z}{\alpha^3}$ . L'équation (1) devient

$$(11) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 6y^2 + \beta x \quad (\beta = \alpha^5),$$

et l'intégrale générale de (11) se laisse développer sous la forme (*loc. cit.*, p. 25) :

$$(12) \quad \begin{cases} y = p(x+k, 0, -2h) + \frac{\beta}{6h} [\zeta(xp' + 2p) + 2xp^2] + \beta^2[\dots] + \dots \\ \equiv p + \beta\chi + \dots \end{cases} \quad (h, k \text{ constantes arbitraires}).$$

D'autre part, le polynôme  $P$  (multiplié par une puissance convenable de  $\alpha$ ) devient

$$(13) \quad P \equiv Q(x, y, z) + \alpha^j R(x, y, z) + \alpha^{j+1}(\dots);$$

$Q, R$  désignent des polynômes en  $x, y, z$ , et  $Q$  se reproduit (multiplié par une puissance convenable de  $\alpha$ ) si l'on y change  $x$  en  $\alpha x$ ,  $y$  en  $\frac{y}{\alpha^2}$ ,  $z$  en  $\frac{z}{\alpha^3}$ . Quand, dans  $P$ , on remplace  $y$  et  $z$  par le développement (12) et le développement dérivé, la fonction  $P_1(x, h, k, \alpha)$  ainsi obtenue vérifie identiquement la condition

$$(14) \quad \frac{d^2 P_1}{dx^2} = 12P_1[p(x+k, 0, -2h) + \beta\chi + \dots].$$

Tout d'abord, il est loisible d'admettre (comme on le voit aisément) que  $\alpha$

ne figure que par les puissances de  $\alpha^5$  dans l'égalité (13). De plus, pour  $\alpha = 0$ , la fonction  $Q_1(x) \equiv Q[x, p(x+k, 0, -2h), p'(x+h, 0, -2h)]$  vérifie l'équation

$$(15) \quad \frac{d^2 Q_1}{dx^2} = 12p(x+k, 0, -2h) Q_1(x),$$

équation dont l'intégrale générale (*loc. cit.*, p. 25) s'écrit

$$C_1(xp' + 2p) + C_2p';$$

il suit de là aussitôt [en tenant compte de l'homogénéité spéciale de  $Q(x, y, z)$ ] que  $Q$  coïncide (à un facteur numérique près qu'on prend égal à l'unité) avec une des deux expressions

$$z\left(\frac{z^2}{2} - 2y^3\right)^m \quad \text{ou} \quad (xz + 2y)\left(\frac{z^2}{2} - 2y^3\right)^m.$$

Dans le premier cas, on a

$$P_1(x, h, k, \alpha) = h^m p'(x, 0, -2h) + \beta(\varpi + \rho) + \beta^2(\dots),$$

avec

$$\varpi = h^m \chi' + mh^{m-1} p'(\chi' p' - 6p^2 \chi), \quad \rho = R(x, p, p'),$$

et l'équation (14) entraîne la relation

$$(16) \quad \frac{d^2 \rho}{dx^2} - 12\rho p = 12p\varpi + 12h^m p' \chi - \varpi''.$$

Le premier membre de l'équation (16) est un polynôme en  $x, p, p'$ ; le second membre (d'après les expressions de  $\chi$  et de  $\varpi$ ) est de la forme  $\lambda\zeta + \mu$ ,  $\lambda$  et  $\mu$  étant des polynômes en  $x, p, p'$ , et le coefficient  $\lambda$  n'étant pas identiquement nul, comme on le vérifie immédiatement. La fonction  $\zeta(x)$  de Weierstrass s'exprimerait donc rationnellement en  $x, p, p'$ , résultat absurde.

» Le même raisonnement s'applique sans modification à la seconde expression possible de  $Q$ . La démonstration est terminée.

» 6. L'équation (1) est donc irréductible au sens le plus absolu du terme, quant à son intégrale générale. Mais on pourrait penser que certaines solutions *exceptionnelles*  $y(x)$  échappent à cette conclusion. Il n'en est rien. Imaginons, en effet, que l'on connaisse un système différentiel ALGÈBRIQUE (d'ailleurs quelconque) définissant certaines solutions  $y(x)$  de (1), mais non l'intégrale générale : ou bien ces solutions exceptionnelles seront isolées, et alors elles seront sûrement algébriques (ce que l'on sait impossible);



ou bien elles dépendront d'une seule constante arbitraire, et une famille de ces solutions vérifiera une équation algébrique  $P(x, y, y') = 0$ , ce que l'on sait encore impossible (*loc. cit.*, p. 42). Aucun procédé d'intégration formelle, quel qu'il soit, ne saurait donc simplifier la recherche de l'intégrale générale de (1), ni la recherche de solutions particulières. En définitive, l'équation (1) comporte, DE PAR LA THÉORIE DES FONCTIONS, une intégration aussi parfaite que celle de l'équation de Jacobi par les fonctions elliptiques, tandis qu'elle n'est attaquable par aucune méthode d'INTÉGRATION FORMELLE. C'est le premier exemple connu d'équation différentielle qui possède cette remarquable propriété.

» 7. Les mêmes conclusions s'appliquent à l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2y^3 + xy + \alpha \quad (\alpha \text{ const. quelconque});$$

toutefois, pour des valeurs exceptionnelles de  $\alpha$ , certaines solutions particulières  $y(x)$  vérifient une équation de Riccati. Le troisième type d'équation

$$y'' = \frac{y'^2}{y} + e^x(\alpha y^2 + \beta) + e^{2x}\left(\gamma y^3 + \frac{\delta}{y}\right),$$

qui définit des transcendentes méromorphes de genre infini, est, lui aussi, absolument irréductible. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Synthèse des hydrosulfites alcalins et alcalino-terreux anhydres*. Note de M. HENRI MOISSAN.

« Schœnbein avait remarqué qu'une solution aqueuse d'acide sulfureux produit, au contact du zinc, un liquide qui possède la propriété curieuse de décolorer l'indigo et la teinture de tournesol (<sup>1</sup>). En 1869, Schützenberger (<sup>2</sup>), dans un très intéressant Mémoire, a démontré qu'il se produisait, dans ces conditions, un sel de zinc d'un nouvel acide du soufre auquel il donna le nom d'*acide hydrosulfureux*.

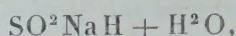
» Schützenberger, en étudiant cette réaction, a préparé un sel bien

(<sup>1</sup>) SCHÖNBEIN, *Journal für praktische Chemie*, t. LXI, p. 193.

(<sup>2</sup>) SCHÜTZENBERGER, *Sur un nouvel acide du soufre* (*Comptes rendus*, t. LXIX, p. 196, et *Annales de Chim. et de Phys.*, 4<sup>e</sup> série, t. XX, p. 351).

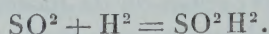
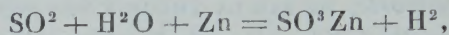


cristallisé, l'hydrosulfite de sodium, auquel il assigna la formule



formule correspondant à l'acide  $\text{SO}^2\text{H}^2$ .

» D'après ce savant, cet acide se formait suivant les réactions



» En 1880, M. Bernthsen <sup>(1)</sup>, ayant repris l'étude de cette question, émit des doutes sur la formule de l'hydrosulfite de sodium. Schützenberger répondit par la publication de nouvelles analyses et maintint ses conclusions <sup>(2)</sup>. Après avoir poursuivi ses expériences, M. Bernthsen <sup>(3)</sup> donna, comme formule du sel de sodium de ce nouvel acide,  $\text{NaSO}^2$ , ou plutôt, en doublant la formule,  $\text{Na}^2\text{S}^2\text{O}^4$ .

» A propos de cette discussion, différents auteurs entreprirent des recherches sur ce sujet. M. Grossmann <sup>(4)</sup>, puis M. Prud'homme <sup>(5)</sup> admirèrent la formule de Schützenberger.

» MM. Bernthsen et Bazlen reprirent ensuite l'étude de la préparation de l'hydrosulfite de sodium, et par une heureuse modification (addition d'une quantité d'acide sulfureux libre égale à la moitié de celle que renferme le bisulfite) ils obtinrent ce sel en abondance, sous forme de très beaux cristaux. Après en avoir fait une analyse très exacte, ils ont maintenu la formule indiquée précédemment par M. Bernthsen <sup>(6)</sup>.

» Récemment, en 1899, M. Arnold Nabl, poursuivant une idée indiquée par Schützenberger dans son Mémoire publié aux *Annales de Physique et de Chimie*, a préparé l'hydrosulfite de zinc par l'action de l'anhydride sulfureux en solution dans l'alcool sur la poussière de zinc. L'analyse de cet hydrosulfite le conduisit à la formule  $\text{ZnS}^2\text{O}^4$ .

<sup>(1)</sup> BERNTHSEN, *Berichte*, t. XIII, p. 2277, et *Ann. der Chemie*, t. CCVIII, p. 142, et t. CCXI, p. 285.

<sup>(2)</sup> SCHÜTZENBERGER, *Sur l'hydrosulfite de soude* (*Comptes rendus*, t. XCII, 1881, p. 875).

<sup>(3)</sup> BERNTHSEN, *Sur la composition de l'hydrosulfite de soude et de l'acide hydro-sulfureux* (*Comptes rendus*, t. XCIII, 1881, p. 74).

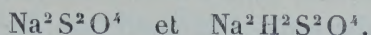
<sup>(4)</sup> GROSSMANN, *Journ. of the Soc. of chem. indust.*, 1898, p. 1109, et 1899, p. 452.

<sup>(5)</sup> PRUD'HOMME, *Bul. Soc. de Mulhouse*, 1899, p. 216.

<sup>(6)</sup> BERNTHSEN et BAZLEN, *Berichte*, t. XXXIII, 1900, p. 126.



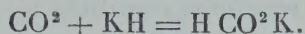
» En résumé, cette discussion portait sur le choix à faire entre deux formules



» Ce choix, du reste, est assez difficile à établir au moyen d'une analyse, par suite du poids peu élevé d'une molécule d'hydrogène.

» Nous avons pensé que les réactions nouvelles, présentées par les hydrures alcalins, pourraient nous aider à résoudre cette question, en nous appuyant non plus sur le poids de l'hydrogène, mais sur son volume. Toutes les réactions dans lesquelles l'hydrogène peut être mesuré en volume prennent de suite une exactitude très grande.

» Nous avons fait voir précédemment que l'acide carbonique se fixait, à la température ordinaire, sur les hydrures alcalins pour donner un formiate (<sup>1</sup>)



» Par analogie, nous avons fait réagir l'anhydride sulfureux sur l'hydrure de potassium.

» A la température de  $-74^\circ$ , l'anhydride sulfureux ne réagit pas sur l'hydrure de potassium ou, du moins, si la réaction commence, elle est très vite limitée par la formation d'une couche mince de sel insoluble dans l'acide sulfureux.

» Lorsque l'on condense de l'anhydride sulfureux liquide dans un tube renfermant de l'hydrure de potassium à une température de  $-40^\circ$ , il se produit, après quelques instants de contact, une détonation violente. Cette explosion est accompagnée d'une flamme.

» Pour modérer la réaction, nous avons fait arriver lentement un courant de gaz anhydride sulfureux sur l'hydrure de potassium, dans le tube même où ce composé avait été préparé. La combinaison se produit à la température ordinaire, l'hydrure s'échauffe beaucoup, souvent même devient incandescent. Si l'élévation de température n'a pas été trop grande, il est facile d'établir qu'il s'est formé dans ces conditions un mélange d'hydrosulfite, de sulfate et de sulfure alcalin. En opérant avec lenteur, on peut éviter la production du sulfate et du sulfure.

» *Hydrosulfite de potassium. Préparation.* — Pour obtenir cet hydrosulfite anhydre, on prend le tube de verre dans lequel l'hydrure de potassium

(<sup>1</sup>) MOISSAN, *Sur une nouvelle synthèse de l'acide formique* (Comptes rendus, t. CXXXIV, 1902, p. 261).



a été préparé par un procédé que nous avons décrit précédemment <sup>(1)</sup>, et l'on fait arriver dans ce tube l'anhydride sulfureux sous pression réduite ou à la pression atmosphérique, à la condition de l'avoir dilué dans son propre volume d'hydrogène. La réaction se poursuit alors lentement à la température ordinaire, avec un léger dégagement de chaleur, mais sans incandescence. La décomposition n'est complète qu'après 50 à 60 heures environ.

» On obtient ainsi un sel blanc qui, repris par une petite quantité d'eau exempte d'oxygène, fournit par simple évaporation à l'abri de l'air de fines aiguilles transparentes ou de petits cristaux aciculaires groupés en étoiles.

» *Propriétés.* — Le sel formé par l'action de l'anhydride sulfureux sur l'hydrure de potassium, dissous dans de l'eau bouillie saturée de gaz azote, puis acidulé par quelques gouttes d'acide chlorhydrique, nous a donné à l'abri de l'air les réactions suivantes :

» 1° Réduction du sulfate de cuivre ammoniacal avec formation de cuivre et d'hydrure de cuivre à la température de + 30°.

» 2° Décoloration de l'indigo et de la teinture de tournesol. Ces solutions, par agitation avec l'air, reprennent à froid leur teinte primitive.

» 3° Le chlorure mercurique est ramené à l'état de chlorure mercurieux à froid, avec un faible dépôt gris de mercure métallique.

» 4° L'azotate d'argent, le chlorure d'or et le chlorure de platine sont réduits à la température ordinaire avec dépôt instantané de métal.

» 5° Avec une solution d'acide chlorhydrique au cinquième, la liqueur devient jaune sans dépôt de soufre ;

» 6° Une solution de ce sel absorbe l'oxygène à froid avec rapidité ;

» 7° Réduction instantanée du permanganate.

» Toutes ces propriétés répondent bien à celles d'un hydrosulfite alcalin.

» *Synthèse et analyse.* — Un tube de verre contenant l'hydrure de potassium et rempli de gaz hydrogène est pesé. Puis on fait agir lentement l'acide sulfureux sous pression réduite pendant un temps suffisant pour que la réaction soit complète <sup>(2)</sup>.

---

(1) H. MOISSAN, *Préparation et propriétés de l'hydrure de potassium* (*Comptes rendus*, t. CXXXIV, 1902, p. 18). — *Préparation et propriétés de l'hydrure de sodium* (*Comptes rendus*, t. CXXXIV, 1902, p. 71).

(2) Si la réaction n'est pas complète, on peut faire le vide dans le tube en verre après l'avoir pesé plein d'hydrogène, puis dissoudre lentement le sel dans l'eau. L'hydrure non attaqué fournit alors de l'hydrogène  $\text{KH} + \text{H}^2\text{O} = \text{KOH} + \text{H}^2$ . Au moyen



Lorsque la réaction est terminée, on fait passer un courant d'hydrogène et l'on pèse le tube. L'augmentation de poids donne la quantité d'anhydride sulfureux fixé par l'hydrure en tenant compte de la perte d'hydrogène.

» On lave ensuite le tube de verre à l'eau bouillie et, après l'avoir bien desséché, il est pesé de nouveau, plein d'hydrogène. On obtient ainsi par différence le poids de l'hydrure mis en réaction.

» Après cette synthèse, on procède à l'analyse de la solution, qui est tout d'abord oxydée par l'acide azotique. Le soufre est dosé à l'état de sulfate de baryum et le potassium sous forme de sulfate neutre. Nous avons obtenu ainsi les chiffres suivants :

	1.	2.	3.	Théorie	
				pour $K^2H^2S^2O^4$ .	pour $K^2S^2O^4$ .
S par synthèse....	31,17	31,13	»	30,77	31,07
K par synthèse. . .	37,77	37,93	»	37,50	37,86
S par analyse . . . .	30,76	30,85	30,93	»	»
K par analyse . . . .	38,51	38,49	»	»	»

» Ces analyses rapprochent l'hydrosulfite préparé par synthèse de l'hydrosulfite de Bernthsen. Mais, pour qu'il ne reste aucun doute sur l'établissement de cette formule, il était indispensable de recueillir l'hydrogène qui devait se dégager dans la réaction. Pour cela, nous nous sommes assuré, tout d'abord, que, par l'action de l'anhydride sulfureux absolument sec sur l'hydrure de potassium, il se dégageait bien de l'hydrogène et que son volume était d'autant plus grand que le poids d'hydrure mis en réaction était plus élevé.

» Pour déterminer la réaction d'une façon complète, nous avons fait circuler, au moyen d'une trompe à mercure, un certain volume d'acide sulfureux au travers d'un tube de verre contenant un poids déterminé d'hydrure de potassium. Dans ce circuit se trouvait une cloche à robinet de 80<sup>cm</sup> de haut qui permettait, à un moment donné, d'isoler et de recueillir les gaz. La durée de l'expérience était comprise entre 36 et 60 heures. Le volume de gaz variait peu pendant la réaction. A la fin de l'expérience, le gaz, recueilli à la trompe, était porté sur la cuve à mercure, et l'excès d'anhydride sulfureux était absorbé par la potasse. Le gaz restant était de l'hydrogène pur, ainsi que la combustion eudiométrique l'a établi. De cette première partie de l'expérience nous pouvons conclure que, dans la réaction lente de l'anhydride sulfureux sur l'hydrure de potassium, il se dégage

---

du volume d'hydrogène dégagé on peut calculer le poids d'hydrure qui n'est pas entré en réaction.

un volume d'hydrogène sensiblement égal au volume d'acide sulfureux absorbé. La formule de M. Bernthsen se trouve ainsi complètement vérifiée.

» Mais cette expérience a été exécutée d'une façon plus précise. Le tube à hydrure, après fixation de l'acide sulfureux, a été pesé à nouveau et nous a donné les résultats que nous indiquons ci-dessous :

» *Première expérience.* — Anhydride sulfureux absorbé, 0<sup>g</sup>,835; hydrogène dégagé, 140<sup>cm</sup><sup>3</sup> à 0° et à 760<sup>mm</sup>; hydrure de potassium mis en réaction, 0<sup>g</sup>,622. D'après la quantité d'hydrure, l'anhydride absorbé aurait dû être de 0<sup>g</sup>,8352 et l'hydrogène dégagé 146<sup>cm</sup><sup>3</sup> pour satisfaire à l'égalité



» *Deuxième expérience.* — Anhydride sulfureux absorbé, 0<sup>g</sup>,376; hydrogène dégagé, 63<sup>cm</sup><sup>3</sup> à 0° et à 760<sup>mm</sup>; hydrure mis en réaction, 0<sup>g</sup>,2369. D'après la quantité d'hydrure, l'anhydride absorbé aurait dû être 0<sup>g</sup>,3789 et l'hydrogène dégagé 66<sup>cm</sup><sup>3</sup>.

» Une *troisième expérience* a donné des résultats identiques : anhydride sulfureux absorbé, 1<sup>g</sup>,157; hydrogène dégagé, 199<sup>cm</sup><sup>3</sup> à 0° et à 760<sup>mm</sup>; hydrure mis en réaction, 0<sup>g</sup>,7145. D'après la quantité d'hydrure, l'anhydride absorbé aurait dû être 1<sup>g</sup>,1432 et l'hydrogène dégagé 201<sup>cm</sup><sup>3</sup>,98.

» *Hydrosulfite de sodium.* — L'anhydride sulfureux réagit plus énergiquement sur l'hydrure de sodium que sur l'hydrure de potassium. Si l'on n'a pas soin de diluer l'acide sulfureux dans l'hydrogène, il se produit toujours une quantité notable de sulfure et de sulfate.

» Lorsque l'on reprend par une petite quantité d'eau bouillie l'hydrosulfite de sodium anhydre, on obtient tout d'abord des prismes bien cristallisés ou des houppes soyeuses assez longues. On rencontre aussi dans la solution, lorsqu'elle est saturée, de petits prismes surmontés de pyramides, mais le lendemain ces derniers ont disparu, et l'on ne trouve plus que des aiguilles répondant à la formule  $\text{Na}^2\text{S}^2\text{O}^4 \cdot 2\text{H}^2\text{O}$ . Ce sel présente toutes les réactions réductrices des hydrosulfites.

» L'analyse, faite par la méthode que nous avons décrite précédemment, nous a donné les chiffres suivants :

	1.	2.	Théorie pour	
			$\text{Na}^2\text{H}^2\text{S}^2\text{O}^4$ .	$\text{Na}^2\text{S}^2\text{O}^4$ .
S par synthèse.....	36,65	36,68	36,36	36,73
Na par synthèse.....	26,23	26,29	26,14	26,44
S par analyse.....	36,66	36,61		
Na par analyse.....	26,96	27,00		

» *Hydrosulfite de lithium.* — L'hydrure de lithium réagit de même sur l'acide sulfureux, mais cette préparation est plus délicate que celle des



hydrosulfites de potassium et de sodium. La réaction est très lente à la température ordinaire et l'on doit chauffer légèrement. Mais vers  $+ 50^{\circ}$ , avec l'acide sulfureux, sous pression réduite, il commence déjà à se produire du sulfure de lithium.

» La solution d'hydrosulfite de lithium décolore l'indigo, réduit le permanganate et les sels d'argent, d'or et de platine. Elle présente toutes les réactions des hydrosulfites. Cette synthèse de l'hydrosulfite de lithium se fait encore avec départ d'hydrogène.

» *Hydrosulfite de calcium.* — La réaction est identique avec l'hydrure de calcium, mais, pour qu'elle soit complète, il est indispensable de faire agir l'anhydride sulfureux, d'abord très lentement sous pression réduite, puis finalement d'augmenter la pression jusqu'à dépasser de 200<sup>mm</sup> environ la pression atmosphérique.

» L'hydrosulfite de calcium est soluble dans l'eau et possède toutes les propriétés réductrices des hydrosulfites.

» *Hydrosulfite de strontium.* — Grâce à l'obligeance de M. Henri Gautier, qui a bien voulu préparer à notre intention quelques échantillons d'hydrure de strontium, nous avons pu obtenir cet hydrosulfite par action de l'anhydride sulfureux sur l'hydrure. Il est utile de porter lentement l'hydrure jusqu'à la température de  $70^{\circ}$  et de le maintenir longtemps dans un courant d'anhydride sulfureux sous une pression supérieure à la pression atmosphérique.

» Le contenu du tube, repris par l'eau bouillie, saturé d'azote, nous a fourni une solution très réductrice. Elle décolorait immédiatement le sulfate d'indigo, qui reprenait ensuite sa teinte par simple oxydation à l'air. Elle réduisait aussi le sulfate de cuivre ammoniacal avec précipitation d'hydrure mélangé de cuivre.

» Enfin, comme les solutions précédentes, elle réduisait le chlorure mercurique en chlorure mercurieux et précipitait les métaux des solutions d'azotate d'argent, des sels d'or et de platine.

» Cette synthèse de l'hydrosulfite de strontium par action de l'anhydride sulfureux sur l'hydrure se produisait aussi avec mise en liberté d'hydrogène.

» *Conclusions.* — L'anhydride sulfureux réagit, à la température ordinaire et dans certaines conditions de pression, sur les hydrures alcalins et alcalino-terreux de façon à former des hydrosulfites anhydres.

» Cette synthèse se produit avec départ d'hydrogène et d'après l'égalité suivante :



» Tous ces hydrosulfites sont solubles dans l'eau, possèdent des propriétés réductrices énergiques, identiques à celles qui ont été indiquées par Schutzenberger pour l'hydrosulfite hydraté de sodium. Tous se forment par union directe de l'anhydride sulfureux et du métal avec départ d'hydrogène. Les synthèses de ces composés anhydres vérifient bien la formule indiquée par M. Bernthsen pour l'hydrosulfite hydraté de sodium. »

AGRONOMIE. — *Culture du blé au champ d'expériences de Grignon, en 1902.*

Note de MM. P.-P. DEHÉRAIN et C. DUPONT.

« Nous avons obtenu cette année, à Grignon, une récolte de blé exceptionnelle; c'est la plus forte qui ait été constatée depuis 1875, époque à laquelle a été tracé le champ d'expériences.

» La moyenne des 27<sup>a</sup> ensemencés est de 43<sup>q</sup>,4 de grain et de 90<sup>q</sup> de paille par hectare; le blé n'est pas très lourd, l'hectolitre ne pèse que 75<sup>kg</sup>; le volume de la récolte serait donc de 54<sup>hl</sup>,2 par hectare.

» Ce rendement est un peu exagéré; en effet, quand on cultive des carrés de 1<sup>a</sup> séparés les uns des autres par des sentiers de 50<sup>cm</sup>, on reconnaît toujours que les plantes qui occupent le pourtour du champ sont plus hautes, plus fortes que celles du milieu; une surface, formée de carrés séparés, donne par suite un peu plus qu'une surface égale formée d'une seule pièce; toutefois, si les rendements constatés cette année sont comme toujours un peu majorés, ils sont comparables à ceux des années précédentes, observés dans les mêmes conditions; or, nos rendements oscillent habituellement entre 30<sup>q</sup> et 35<sup>q</sup> par hectare; ils sont bien inférieurs à ceux de 1902 et il est intéressant d'en chercher la raison.

» Notre terre de Grignon est plutôt légère que forte, elle est très filtrante et les années humides lui sont particulièrement favorables; or, du mois d'octobre 1901 à la fin de juillet 1902, nous avons recueilli 486<sup>mm</sup> d'eau; ce n'est pas là une quantité extraordinaire, elle n'expliquerait pas l'abondance de la récolte si l'on ne remarquait que le mois de mai seul a fourni 111<sup>mm</sup>.

» Quand elle est bien humectée, notre terre filtrante élabore une quantité considérable de nitrates; la preuve de l'activité de la nitrification a été fournie d'abord par les rendements des parcelles restées sans engrais depuis 27 ans. En 1900, l'une d'elles n'avait donné que 5<sup>q</sup>,5; une autre,



en 1901, 13<sup>q</sup>, 8; en 1902 nous avons obtenu 23<sup>q</sup> de la parcelle 53 et 32<sup>q</sup> de la parcelle 5, l'une et l'autre sans engrais depuis 1875.

» La formation des nitrates dans le sol a été telle qu'elle a enlevé toute efficacité à l'épandage de ces engrais; les parcelles qui les ont reçus ont à peine fourni 1<sup>q</sup> de plus que celles qui en ont été privées.

» L'abondance de la pluie au printemps n'a pas été favorable seulement à la nutrition azotée du blé; elle a, en outre, maintenu longtemps actives les cellules à chlorophylle; la racine a fourni aux feuilles assez d'eau pour qu'elles aient résisté aux radiations solaires, pour que la formation incessante de vapeurs ait empêché leur échauffement et leur dessiccation; elles ont longtemps prolongé leur travail, et la formation de matière végétale est devenue considérable.

» On en jugera par les nombres suivants, dans lesquels nous avons distingué non seulement les diverses variétés semées à l'automne de 1901, mais encore la grosseur des grains employés aux ensemencements, pour voir l'influence qu'elle exerce sur les rendements.

*Rendements du blé à l'hectare au champ d'expériences de Grignon en 1902.*

Variétés.	Grosseur des grains semés.	Poids de 100 grains desséchés à 110°.	Poids du grain obtenu.	Poids de la paille.	Moyenne.	
					Grain.	Paille.
Shireff (Epicarre).	Gros.....	3,990	40,5 <sup>qm</sup>	88,1 <sup>qm</sup>	39,8 <sup>qm</sup>	86,0 <sup>qm</sup>
	Petits.....	3,270	39,2	83,9		
Dattel.	Gros.....	4,150	41,1	86,0	40,6	89,0
	Petits.....	3,160	40,1	92,0		
Massy.	Gros.....	3,790	43,5	99,4	43,1	97,6
	Petits.....	3,350	42,8	95,8		
Japhet.	Gros.....	4,430	51,7	86,9	50,1	87,9
	Petits.....	2,830	48,6	89,0		
Moyenne.	Gros.....	4,342	44,2	90,1	43,4	90,1
	Petits.....	3,152	42,7	90,2		

» On voit que, pour toutes les variétés, les semis de gros grains ont rendu davantage que ceux qui ont été faits avec des petits, mais que c'est seulement quand la différence de poids des semences a été notable, comme pour le Japhet, que les rendements des gros grains ont été notablement plus forts que ceux des petits.

» Le 15 juillet, un violent orage s'est abattu sur les environs de Paris; à

Grignon toute la récolte a été couchée, on n'a pu couper le blé à la machine, et les dépenses de la moisson ont été notables.

» Nous avons voulu savoir si cette verse tardive aurait une influence fâcheuse sur la maturation, et nous avons prélevé 4<sup>m</sup> du blé droit ou versé que portait une parcelle de Massy, le lendemain de la verse le 16 juillet; puis nous avons fait un nouveau prélèvement en quatre autres points le 6 août; les pesées et les analyses ont montré que le blé plié, partiellement couché, mais non aplati par terre avait bien mûri, qu'il présentait une composition semblable et donnait un rendement égal à celui du blé droit.

» Cette année, la verse tardive n'a donc causé d'autres dommages que d'augmenter les frais de la moisson; on cherche toujours cependant à éviter cet accident, soit par le choix des variétés semées, soit par l'emploi des engrais. Bien que quelques pailles soient plus rigides que d'autres, il n'existe pas de blés inversables; tel que l'ont fait des siècles de culture, le blé est aujourd'hui une plante mal équilibrée; l'épi, trop lourd, est porté par une tige trop haute et trop grêle, et un vent violent en a toujours raison. La verse est d'autant plus à craindre que la fumure a été plus abondante; cette année, à Grignon, les parcelles restées sans engrais depuis plusieurs années ont résisté; il en a été de même pour celles qui ont reçu comme engrais des scories de déphosphoration; ces engrais n'ont pas augmenté le rendement, mais la verse ne s'est pas produite.

» Nous avons trouvé, l'an dernier, un léger avantage à concentrer le fumier sous les poquets de pommes de terre ou sous les lignes de betteraves au lieu de le distribuer uniformément sur toute la surface des pièces; toutefois, avant de recommander ce mode de fumure il fallait connaître son action sur le blé succédant à la plante sarclée. Le semis sur des champs ainsi préparés en 1901 eut lieu à l'automne dernier; au cours de la végétation, nous avons eu quelques inquiétudes, car le blé resta quelque temps inégal, plus fort au-dessus des poquets et des lignes qu'aux autres places; puis peu à peu ces différences s'effacèrent, et en juillet on ne distinguait plus les pièces au mode de fumure qu'elles avaient reçu.

» Au battage on a obtenu les chiffres suivants :

*Blé Dattel recueilli à l'hectare.*

Fumure uniforme.....	3950 <sup>kg</sup> de grain	7510 <sup>kg</sup> de paille
Fumure sous les lignes de betteraves.....	4020 <sup>kg</sup> »	7910 <sup>kg</sup> »

» La fumure concentrée présente donc un très léger avantage.



» En résumé, et c'est là le point sur lequel nous voulons insister, le champ d'expériences de Grignon a fourni cette année une récolte exceptionnelle, et cela grâce à la pluie du mois de mai. Les cultivateurs qui tiennent des terres filtrantes et qui sans de grandes dépenses peuvent y amener des eaux d'arrosage feront bien de les répandre sur le blé au printemps, car l'expérience de cette année montre à quelle admirable récolte conduit, dans ces sortes de terre, l'abondance des eaux. »

MÉCANIQUE. — *Quelques cas d'intégration de l'équation des brachistochrones.*

Note de M. HATON DE LA GOUPILLIÈRE.

« J'ai donné précédemment <sup>(1)</sup> une méthode pour l'intégration de l'équation de la brachistochrone, dans un cas spécial d'une assez grande généralité. J'ai cherché depuis à en éclairer l'esprit, en l'appliquant à des problèmes déterminés. C'est l'objet de la présente Note, dans laquelle je conserverai les notations de la première.

» EXEMPLE I. — Supposons, en premier lieu, que la fonction des forces se présente sous la forme

$$(11) \quad U = Ar^n,$$

avec un exposant quelconque : entier, fractionnaire ou incommensurable, positif ou négatif.

» On a identiquement, pour l'expression du rayon vecteur,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x + iy)(x - iy)} = \sqrt{pq}.$$

Nous rentrons donc dans le cas d'intégrabilité (5) en prenant

$$e^{\varphi(p)} = \sqrt{A} p^{\frac{n}{2}}, \quad e^{\psi(q)} = \sqrt{A} q^{\frac{n}{2}}.$$

» Il s'ensuit

$$\int e^{-\varphi(p)} dp = \frac{1}{\sqrt{A}} \int p^{-\frac{n}{2}} dp = \frac{2}{(2-n)\sqrt{A}} p^{\frac{2-n}{2}}.$$

Mais comme on a, en coordonnées polaires,

$$p = x + iy = r(\cos \theta + i \sin \theta) = re^{i\theta},$$

(1) *Comptes rendus*, t. CXXXV, p. 614.

il vient

$$\int e^{-\varphi(p)} dp = \frac{2}{(2-n)\sqrt{A}} r^{\frac{2-n}{2}} e^{\frac{(2-n)i\theta}{2}},$$

et de même

$$\int e^{-\psi(q)} dq = \frac{2}{(2-n)\sqrt{A}} r^{\frac{2-n}{2}} e^{-\frac{(2-n)i\theta}{2}}.$$

» L'équation (8) devient, d'après cela,

$$r^{\frac{2-n}{2}} \left\{ e^{i\left[\frac{(2-n)\theta}{2} + \alpha\right]} - e^{-i\left[\frac{(2-n)\theta}{2} + \alpha\right]} \right\} = \text{const.},$$

c'est-à-dire enfin

$$r^{\frac{2-n}{2}} \sin\left(\frac{2-n}{2}\theta + \alpha\right) = \text{const.}$$

On obtient ainsi, comme brachistochrones, les spirales sinusoïdes d'ordre

$$\frac{2-n}{2}.$$

» Il est facile d'interpréter la condition que cette formule (11) impose aux forces.

» Comme les courbes de niveau représentées par cette équation (11) sont des cercles concentriques, les forces  $F$  concourent à l'origine.

» L'expression  $U$  du travail étant, dès lors,  $\int F dr$ , on a

$$F = \frac{dU}{dr} = nAr^{n-1}.$$

Le cas qui nous occupe est donc relatif aux forces centrales proportionnelles à la puissance  $n-1$  de la distance, mais toutefois avec une restriction spéciale qu'il est bien essentiel de ne pas perdre de vue.

» L'équation des forces vives (1) donne, en effet,

$$v^2 = 2U = 2Ar^n.$$

Cette relation doit donc avoir lieu en particulier entre la vitesse initiale  $v_0$  et la distance  $r_0$  pour laquelle celle-ci se trouve imprimée au mobile. On a ainsi à la fois :

$$F_0 = nAr_0^{n-1}, \quad v_0^2 = 2Ar_0^n,$$



d'où, en éliminant le coefficient  $A$ ,

$$\frac{F_0 r_0}{\varphi_0^2} = \frac{n}{2},$$

relation nécessaire des trois données  $F_0, \varphi_0, r_0$ .

» Si la force est attractive, elle entre négativement dans l'expression  $U$  du travail, et comme  $r_0$  et  $\varphi_0^2$  sont positifs, on doit avoir  $n < 0$ . La force attractive devra donc être décroissante quand la distance augmente. Si, au contraire, l'action est répulsive, on se trouve conduit de même à la condition  $n > 0$ , et l'intensité devra croître avec l'éloignement. La limite  $n = 0$  qui sépare l'un de l'autre ces deux cas correspond à une force nulle et à une trajectoire rectiligne.

» EXEMPLE II. — Pour envisager une seconde application, désignons par  $\rho$  et  $\rho'$  les distances du mobile à deux points fixes. Nous pouvons toujours, pour plus de simplicité, placer ces foyers sur l'axe des abscisses, à des distances égales de l'origine, que nous prendrons pour unité. Supposons, comme définition du problème que nous voulons traiter :

$$U = \rho\rho'.$$

Les courbes de niveau seront alors des lemniscates ayant pour foyers les deux points fixes.

» On a d'ailleurs identiquement :

$$\begin{aligned} \rho^2 \rho'^2 &= [\gamma^2 + (x+1)^2] [\gamma^2 + (x-1)^2] \\ &= (x^2 + \gamma^2 + 1)^2 - 4x^2 \\ &= (pq + 1)^2 - (p+q)^2 \\ &= (1-p^2)(1-q^2). \end{aligned}$$

Il vient d'après cela

$$U = \sqrt{(1-p^2)(1-q^2)},$$

valeur qui satisfait à la condition d'intégrabilité (5) si l'on prend

$$e^{\varphi(p)} = \sqrt{1-p^2}, \quad e^{\psi(q)} = \sqrt{1-q^2}.$$

Il suit de là, sauf le signe qui reste indifférent,

$$\begin{aligned} \int e^{-\varphi(p)} dp &= \int \frac{dp}{\sqrt{1-p^2}} = \arccos p, \\ \int e^{-\psi(q)} dq &= \int \frac{dq}{\sqrt{1-q^2}} = \arccos q. \end{aligned}$$

» On aura ainsi pour le groupe spécial (10) de brachistochrones

$$\operatorname{arc} \cos p + \operatorname{arc} \cos q = 2B.$$

Pour en discerner la nature géométrique, prenons le cosinus des deux membres

$$\cos 2B = pq - \sqrt{(1-p^2)(1-q^2)} = r^2 - \rho\rho',$$

d'où

$$(r^2 - \cos 2B)^2 = \rho^2 \rho'^2,$$

et, d'après le théorème de Cotes,

$$r^4 - 2r^2 \cos 2B + \cos^2 2B = r^4 - 2r^2 \cos 2\theta + 1,$$

d'où, en réduisant,

$$2r^2(\cos 2\theta - \cos 2B) = \sin^2 2B,$$

$$r^2[(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - \cos 2B(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)] = \frac{1}{2} \sin^2 2B,$$

$$r^2 \cos^2 \theta (1 - \cos 2B) - r^2 \sin^2 \theta (1 + \cos 2B) = 2 \sin^2 B \cos^2 B,$$

et enfin

$$\frac{x^2}{\cos^2 B} - \frac{y^2}{\sin^2 B} = 1.$$

On voit que la somme des dénominateurs est égale à l'unité, c'est-à-dire au carré de la distance du centre à chacun des deux foyers fixes. Par suite cette première famille de brachistochrones est formée des hyperboles homofocales aux lemniscates.

» La seconde (9) comprendra, d'après le théorème 6, leurs trajectoires orthogonales, c'est-à-dire les ellipses qui admettent encore les mêmes foyers. Enfin tous les autres groupes seront formés des trajectoires de ces coniques homofocales sous un angle constant quelconque.

» Il reste à déterminer la loi qui régit la force dans le cas que nous venons de traiter.

» Nous connaissons déjà sa direction, qui est normale aux lemniscates, et par suite tangente aux hyperboles équilatères concentriques qui passent par les foyers de ces courbes.

» On a d'autre part pour son intensité

$$\begin{aligned} F^2 &= \left(\frac{dT}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dT}{dy}\right)^2 = \left(\frac{dU}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dU}{dy}\right)^2 \\ &= \left(\frac{dU}{dp} + \frac{dU}{dq}\right)^2 - \left(\frac{dU}{dp} - \frac{dU}{dq}\right)^2 \\ &= 4 \frac{dU}{dp} \frac{dU}{dq} = \frac{pq}{\sqrt{(1-p^2)(1-q^2)}} = \frac{r^2}{\rho\rho'}, \end{aligned}$$



et enfin

$$F = \frac{r}{\sqrt{\rho \rho'}}.$$

La force varie donc à la fois proportionnellement à la distance au centre et en raison inverse de la moyenne géométrique des distances aux deux foyers.

» Elle est d'ailleurs dirigée de l'intérieur à l'extérieur des lemniscates, puisque l'expression du travail est positive.

» Quant à la condition spéciale imposée aux données initiales, elle dérive de l'équation (1) :

$$\varphi^2 = 2U = 2\rho\rho'.$$

» On a donc à la fois

$$F_0 = \frac{r_0}{\sqrt{\rho_0 \rho'_0}}, \quad \varphi_0^2 = 2\rho_0 \rho'_0,$$

d'où, en éliminant  $\rho_0 \rho'_0$ ,

$$\frac{F_0 \varphi_0}{r_0} = \sqrt{2}.$$

» EXEMPLE III. — Prenons enfin, pour fonction des forces, le carré de celle de l'exemple précédent

$$\begin{aligned} U &= \rho^2 \rho'^2 = (p^2 - 1)(q^2 - 1), \\ e^{\varphi(p)} &= p^2 - 1, \\ \int e^{-\varphi(p)} dp &= \int \frac{dp}{p^2 - 1} = \frac{1}{2} \text{Log} \left( \frac{p-1}{p+1} \right). \end{aligned}$$

» La première famille (10) de brachistochrones aura pour équation

$$2B = \frac{1}{2} \text{Log} \left( \frac{p-1}{p+1} \right) + \frac{1}{2} \text{Log} \left( \frac{q-1}{q+1} \right),$$

d'où

$$e^{2B} = \frac{(p-1)(q-1)}{(p+1)(q+1)} = \frac{\rho^2}{\rho'^2},$$

et enfin

$$\frac{\rho}{\rho'} = e^{2B}.$$

Elle est donc formée des cercles qui sont les lieux géométriques des points dont le rapport des distances aux deux foyers fixes reste constant.

» La seconde famille (9), qui est constituée par les trajectoires orthogonales des précédentes, comprend d'après cela les cercles qui passent par les deux foyers fixes.

» Les autres systèmes de brachistochrones seront composés des trajectoires sous un angle constant quelconque des lignes précédentes.

» Les courbes de niveau ayant pour équation

$$\rho\rho' = \text{const.}$$

sont encore des lemniscates homofocales. Les forces seront donc normales à ces lemniscates comme dans le cas précédent.

» Quant à leur intensité, elle sera fournie par la formule

$$F^2 = 4 \frac{dU}{dp} \frac{dU}{dq} = 16pqU = 16r^2\rho^2\rho'^2, \quad F = 4r\rho\rho'.$$

Elle est en raison composée des trois distances au centre et aux deux foyers.

» La relation paramétrique des données initiales dérive des formules

$$\nu_0^2 = 2U_0 = 2\rho_0^2\rho_0'^2, \quad F_0 = 4r_0\rho_0\rho_0',$$

qui donnent, en éliminant  $\rho_0\rho_0'$ ,

$$\frac{F_0}{r_0\nu_0} = 2\sqrt{2}. \quad »$$

NAVIGATION. — *Sur la cavitation dans les navires à hélices.*

Note de M. J.-A. NORMAND.

« L'attention des Ingénieurs maritimes s'est portée récemment sur un phénomène qui se manifeste parfois aux vitesses extrêmes dans le fonctionnement de l'hélice propulsive. Son importance, longtemps insoupçonnée, paraît dépasser celle de toutes les autres causes de pertes d'efficacité : en effet, suivant qu'il se produit, même partiellement, ou qu'il ne se produit pas, la puissance nécessaire pour imprimer au navire une vitesse maxima déterminée peut varier de 3 à 2 ou même de 2 à 1. S'il se produisait complètement, aucune augmentation de puissance, si grande fût-elle, ne pourrait accroître la vitesse.

» Ce phénomène que j'appelais, il y a 9 ans, à la suite d'essais au point fixe qui le mettaient en évidence : *Rupture des cylindres d'eau actionnés*, est connu aujourd'hui sous le nom plus simple de *cavitation*. Voici en quoi il consiste :

» La vitesse de l'eau dans le conduit d'aspiration d'une pompe, telle



qu'une pompe centrifuge, ne peut pas dépasser une certaine valeur, qui dépend surtout de la hauteur d'aspiration. Quand cette hauteur est nulle, la vitesse maxima théorique est celle de l'eau qui s'écoule dans le vide sous la pression génératrice de l'atmosphère, soit  $14^m$  par seconde. Ce chiffre n'est, du reste, jamais atteint, à cause des pertes de charge inévitables. La vitesse de rotation augmente-t-elle au delà de celle pour laquelle la pression de l'eau à l'entrée de la pompe est égale au vide, la rupture de la colonne d'aspiration se produit et la puissance est dépensée en tourbillons.

» De même, dans un navire, l'eau se précipite vers l'hélice, en vertu de la pression atmosphérique augmentée de celle qui est due à la hauteur de la flottaison au-dessus du point de l'hélice considéré.

» Le cylindre d'eau aspiré, d'une section égale à la surface du cercle circonscrit à l'hélice, reste entier et continu tant que la vitesse absolue avec laquelle il se dirige vers l'hélice qui l'aspire ne dépasse pas une certaine valeur : au delà, des cavités se forment et la puissance est gaspillée en remous et tourbillons.

» Il existe, toutefois, deux différences importantes entre la pompe et l'hélice : d'abord, le canal d'aspiration de celle-ci n'est pas fermé et, ensuite, l'accélération que l'hélice imprime à l'eau n'est pas égale pour toutes les parties du cylindre actionné. Aussi la vitesse moyenne d'aspiration pour laquelle des ruptures se produisent est-elle beaucoup plus éloignée de la vitesse théorique que dans la pompe.

» Remarquons, incidemment, que les choses se passent tout autrement dans un ventilateur et dans un propulseur aérien, à cause de la compressibilité de l'air.

» La quantité de mouvement imprimée à l'eau par l'hélice mesure la résistance du navire. Si la vitesse qui forme l'un des facteurs de cette quantité de mouvement est assez grande pour que la cavitation se produise, on est conduit à augmenter l'autre facteur : la masse liquide, qui est proportionnelle à la surface propulsive.

» Les considérations qui précèdent m'ont conduit <sup>(1)</sup> à cette règle fort simple :

» *La surface propulsive doit être proportionnelle au produit de la surface résistante par la vitesse, ou plus exactement au quotient de la puissance par le carré de la vitesse.*

---

<sup>(1)</sup> Règles approximatives pour le calcul de la surface propulsive (*Bulletin de l'Association technique maritime*, 1899).

» On a ainsi l'équation suivante, dont le premier membre représente approximativement la surface propulsive :

$$n \Delta^2 r^{\frac{3}{4}} = j \frac{F}{V^2},$$

$n$ , le nombre d'hélices supposées identiques ;

$\Delta$ , le diamètre des hélices en mètres ;

$r$ , le rapport de la surface totale développée des ailes d'une hélice à celle du cercle circonscrit ;

$F$ , la puissance maxima en chevaux de 75<sup>km</sup> ;

$V$ , la vitesse correspondante du navire en nœuds.

» L'expérience montre que le coefficient  $j$ , qui doit être d'autant plus grand que l'acuité de la carène relativement à la vitesse est moindre, ne doit jamais être inférieur à 0,60. Il peut dépasser avec avantage 0,80.

» Depuis plus de 3 ans, cette règle a reçu de nombreuses vérifications. Elle a permis d'expliquer tantôt des chutes anormales, tantôt des valeurs exceptionnelles d'utilisation que l'examen des formes de la carène ne justifiait pas.

» En voici un exemple : Dans une marine étrangère, trois croiseurs identiques de 14300<sup>tx</sup> et de 31000<sup>chx</sup> sont essayés avec des hélices semblables, sauf le pas. Ils fournissent des vitesses maxima sensiblement égales ; en même temps, la courbe des utilisations en fonction de la vitesse accuse une chute anormale à la vitesse maxima et montre qu'une augmentation d'un nœud exigerait une augmentation de puissance de 15000<sup>chx</sup> à 20000<sup>chx</sup>. Sur le dernier de ces bâtiments, on remplace les hélices primitives par d'autres, d'une surface propulsive considérablement augmentée. Un supplément de plus d'un nœud est obtenu sans augmentation de puissance, et sans que la courbe d'utilisation présente de chute anormale. Évidemment la cavitation se produisait avec les premières hélices. J'ajouterai qu'elle pouvait être prévue ; le coefficient  $j$  de la formule ci-dessus ne dépassait pas, en effet, 0,43, tandis qu'il atteint 0,60 avec les hélices agrandies.

» Ainsi, un simple remplacement d'hélices, dont le coût représente à peine  $\frac{1}{300}$  de la valeur totale du bâtiment, a suffi à fournir un résultat qui eût coûté, au minimum, trente fois davantage s'il avait dû être obtenu par augmentation de la puissance et des dimensions du navire.

» On peut trouver étrange qu'un phénomène aussi important que la



cavitation soit resté si longtemps inconnu. Les causes de ce fait sont les suivantes :

» 1<sup>o</sup> Depuis quelques années, les vitesses ont considérablement augmenté, et cependant on a souvent cru pouvoir conserver, en vertu d'une ancienne règle, les valeurs ordinaires, jusqu'alors très suffisantes, du rapport de la surface propulsive à la surface résistante du navire, tandis que ce rapport doit varier comme la vitesse maxima.

» Il en est résulté que la vitesse absolue de l'eau dans le canal d'aspiration a augmenté dans les navires très rapides; or, c'est presque invariablement sur ceux-ci que la cavitation s'observe.

» 2<sup>o</sup> Plusieurs ingénieurs éminents, en se basant sur des considérations très exactes en apparence, mais en négligeant la question alors inconnue de la cavitation, ont professé que les reculs habituels étaient trop faibles. M. W. Froude, auquel on doit des travaux si remarquables sur les roulis et qui jouissait d'une autorité très grande et très justifiée, disait en 1878 :

« Loin qu'il soit exact de considérer un grand recul comme une preuve de perte de puissance, l'opinion contraire est juste. » Il ajoutait : « Une surface propulsive très réduite peut être admise sans grande perte de rendement. »

» A cette époque, la vitesse maxima des croiseurs était 18 nœuds; elle dépasse aujourd'hui 24 nœuds.

» 3<sup>o</sup> C'est également à cette époque que les premiers bassins d'essais de modèles ont été établis. Aujourd'hui, il est de règle, dans beaucoup de marines, de n'exécuter un navire qu'après les essais du modèle qui le représente, essais qui se font actuellement avec addition d'hélices, afin de se rapprocher de la réalité. On a cru que les lois de similitude étaient presque rigoureusement applicables, à condition que les vitesses fussent proportionnelles à la racine carrée des dimensions linéaires. Elles le sont, en effet, sauf en ce qui concerne la cavitation, à moins toutefois que la pression de l'atmosphère ne soit réduite dans la proportion des dimensions linéaires. La vitesse de l'eau dans le canal d'aspiration se produit, en effet, en vertu de la pression extérieure augmentée de celle qui est due à la hauteur de la flottaison au-dessus des hélices. Cette dernière hauteur est bien proportionnelle aux dimensions linéaires du modèle et imprimerait, si elle agissait seule, une vitesse proportionnelle à sa racine carrée, c'est-à-dire à la vitesse homologue du modèle; mais la cause génératrice de la vitesse dans le canal, de beaucoup la plus importante, est la pression extérieure de l'atmosphère, qui n'est réduite dans aucun bassin d'expérience existant. Les

essais de modèles munis d'hélices, tels qu'ils sont effectués actuellement, ne peuvent donc pas mettre en évidence le phénomène de la cavitation.

» Aussi, est-ce à tort que l'on a cru pouvoir déduire de ces essais les résultats que donnerait le navire même. Il ne faudrait pas en conclure qu'ils sont inutiles : ils peuvent, au contraire, fournir des renseignements précieux, à la condition de ne pas les faire servir à la détermination des dimensions des propulseurs ; celle-ci doit être effectuée par des règles spéciales.

» De nombreuses formules, basées sur l'expérience, ont été proposées pour le calcul, *a priori*, de la vitesse des navires. Si la surface propulsive de quelques-uns des bâtiments dont les essais ont servi à les établir est assez faible pour que la cavitation ait pu se produire, il est probable que les formules sont inexactes aux vitesses extrêmes. »

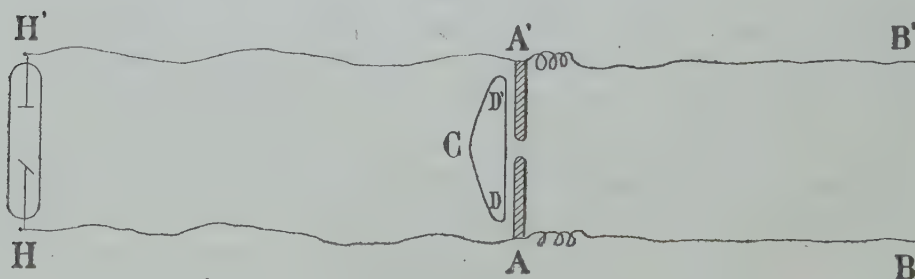
PHYSIQUE. — *Sur la vitesse de propagation des rayons X.*

Note de M. R. BLONDLOT.

« Après plusieurs années consacrées à des tentatives restées infructueuses pour déterminer la vitesse de propagation des rayons X, l'idée me vint qu'en appliquant un principe analogue à celui de la méthode de Römer pour mesurer la vitesse de la lumière, on pourrait arriver à reconnaître si la vitesse des rayons X est ou non comparable à celle des ondes électromagnétiques. Je fus ainsi amené à combiner l'expérience suivante.

» Des pôles B et B' d'une bobine d'induction (*fig. 1*) partent deux fils

Fig. 1.



aboutissant aux électrodes H et H' d'un tube focus. Avant d'atteindre le tube, ces fils, tendus horizontalement et parallèlement l'un à l'autre, sont fixés respectivement aux deux moitiés d'un exciteur de Hertz formé de

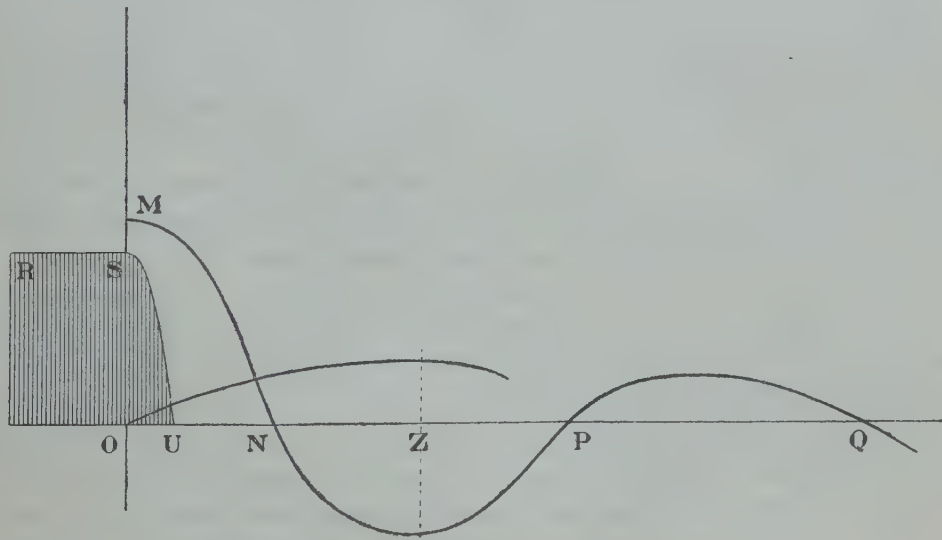


deux cylindres de laiton, A et A', de 8<sup>cm</sup> de diamètre et de 6<sup>cm</sup> de longueur, assujettis horizontalement dans la paroi d'un flacon contenant de l'huile de vaseline; au-dessous de ce flacon (non représenté sur la figure), est disposé un résonateur formé d'une boucle de fil de cuivre DD'C (on a représenté le résonateur à côté de l'excitateur, mais, en réalité, sa partie rectiligne DD' est placée au-dessous même de AA'). La coupure C du résonateur est du côté du tube focus, de façon à en recevoir les rayons X; elle est protégée contre toute autre radiation par des écrans en papier noir et par une lame d'aluminium.

» En réglant convenablement la distance explosive de l'excitateur dans l'huile, on parvient à faire fonctionner simultanément le tube focus et l'excitateur. Voici alors ce qui se passe : à chaque courant de rupture de la bobine d'induction, la différence de potentiel entre H et H' atteint une valeur suffisante pour que le tube fonctionne; puis, cette différence de potentiel continuant à croître, l'étincelle éclate à l'excitateur : le tube, privé subitement d'alimentation, s'éteint, tandis que la décharge oscillatoire de l'excitateur se poursuit et s'achève.

» Supposons d'abord que l'on ait disposé le tube tout près de l'excitateur, les fils AH et A'H' étant aussi courts que possible (0<sup>m</sup>, 11). Portons en abscisses (*fig. 2*) les temps, comptés à partir du moment où l'étin-

Fig. 2.



celle éclate dans l'huile, et en ordonnées les différences de potentiel entre A et A'; nous avons ainsi, comme on sait, une sinusoïde rapidement

amortie MNPQ... Une fois l'appareil réglé, le potentiel nécessaire pour faire fonctionner le tube n'est inférieur que de peu au potentiel explosif de l'excitateur: il suffit, en effet, de diminuer très peu la distance explosive de celui-ci pour que la décharge ne traverse plus le tube, mais passe entièrement par l'excitateur. Cette particularité a ici une importance capitale: il en résulte que le tube s'éteint dès que le potentiel a diminué un peu au début de la décharge oscillante, et, par suite, au bout d'un temps inférieur au quart de la période de l'excitateur; la courbe représentative de l'intensité des rayons X est donc formée d'une portion presque horizontale RS, antérieure à la décharge de l'excitateur, suivie d'une portion brusquement descendante SU. [La longueur d'onde de l'excitateur ayant été trouvée égale à  $1^{\text{m}},14$ , sa période est  $\frac{114}{3 \times 10^{10}}$  sec., et, par conséquent,  $\overline{\text{OU}}$  est de beaucoup inférieur à  $\frac{114}{3 \times 10^{10} \times 4}$  sec.]

» Construisons la courbe ayant pour ordonnées la valeur de la force électrique produite à la coupure du résonateur par la décharge de l'excitateur. L'ordonnée de cette courbe est nulle tant que toute la décharge passe par le tube focus, par conséquent jusqu'à l'origine des temps sur le diagramme; elle n'atteint une valeur notable qu'à une époque où l'excitateur est déjà en partie déchargé, et le maximum de cette force électrique n'a lieu que lorsque l'excitateur s'est rechargé en sens contraire, c'est-à-dire au bout d'une demi-période, durée représentée par l'abscisse  $\overline{\text{OZ}}$ . Il suit de là que, quand le résonateur commence à osciller, les rayons X sont déjà éteints: par conséquent, il ne peut y avoir d'action du tube sur l'étincelle secondaire<sup>(1)</sup>. C'est ce que l'expérience vérifie, car si l'on interpose une lame de plomb entre le tube et la coupure, de manière à intercepter les rayons X, l'étincelle ne change pas d'aspect.

» Laissant le tube focus à la même place, remplaçons les fils courts AH, A'H' par des fils de  $25^{\text{cm}}$ , repliés sans coudes brusques; cet allongement des fils, en retardant l'extinction des rayons X du temps que les ondes hertziennes emploient pour parcourir  $(25 - 11)^{\text{cm}} = 14^{\text{cm}}$ , va avoir pour effet de retarder d'autant la disparition des rayons X à la coupure et de laisser ainsi à ces rayons le temps d'agir sur l'étincelle: c'est en effet ce que l'on constate, car l'interposition d'une lame de plomb rend l'étincelle manifestement moins éclatante. Cette action des rayons X augmente si l'on aug-

(1) Voir, sur cette action, R. BLONDIOT, *Comptes rendus*, t. CXXXIV, 1902, p. 1559.



mente la longueur des fils de transmission AH et A'H' : pour des longueurs de 33<sup>cm</sup>, de 80<sup>cm</sup>, de 130<sup>cm</sup>, elle est de plus en plus marquée.

» Ces expériences montrent que, dans mon appareil, les rayons X s'éteignent dès que la décharge électrique a cessé dans le tube. En effet, dans l'expérience avec les fils très courts (11<sup>cm</sup>), on n'a constaté aucune action, tandis qu'il a suffi de les allonger de 14<sup>cm</sup> pour obtenir une action visible; si, par conséquent, il existe une prolongation de l'émission des rayons X, ou encore une prolongation de leur action à la coupure après leur cessation, leur somme est très petite vis-à-vis de  $\frac{14}{3 \times 10^{10}}$  sec. (1).

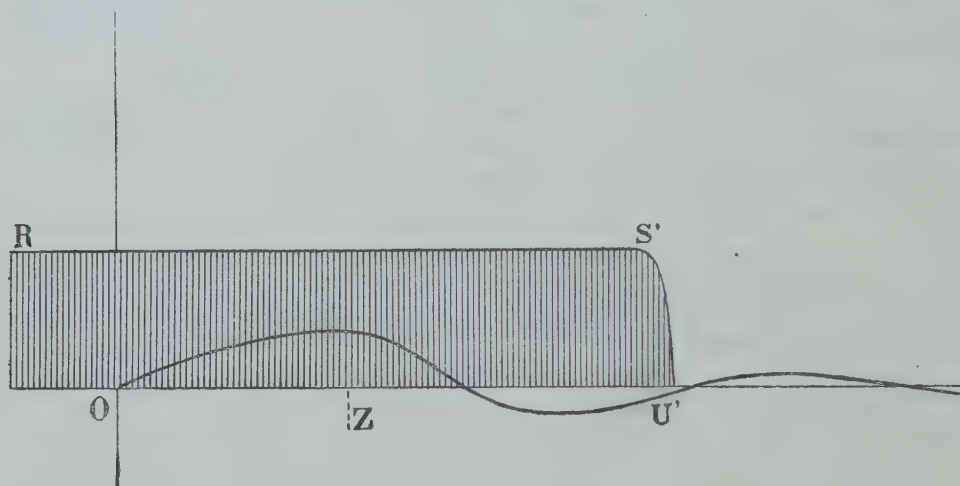
» Prenons des fils de transmission repliés, que nous laisserons d'une longueur invariable, 0<sup>m</sup>,50 par exemple, puis éloignons peu à peu le tube de la coupure; en vertu de cet éloignement, les rayons X éprouvent un retard égal au temps qu'ils mettent à franchir la distance du tube à la coupure; leur disparition à la coupure est retardée d'autant, et, si leur vitesse est comparable à celle des ondes hertziennes, l'effet de l'éloignement du tube va être analogue à celui d'un allongement des fils, c'est-à-dire une amélioration dans la coïncidence de l'époque où la force électrique existe à la coupure avec l'époque où les rayons X y sont présents, et, par suite, une augmentation de l'action de ces rayons sur l'étincelle. On est ainsi amené à cette prévision paradoxale : le tube devrait agir plus de loin que de près. A ma grande surprise, cette expérience réussit complètement : l'éclat de l'étincelle augmente à mesure que l'on éloigne le tube; c'est un fait certain et constant. L'augmentation est bien due aux rayons X, car, si l'on place un petit disque de plomb contre la lame d'aluminium interposée entre la coupure et le tube, l'effet disparaît : l'étincelle devient aussitôt plus faible et demeure invariable, quelle que soit la distance du tube. Ce fait surprenant est une première vérification de notre supposition initiale : la vitesse de propagation des rayons X est comparable à celle des ondes hertziennes.

---

(1) M. Colardeau avait déjà trouvé que la durée d'émission des rayons X est inférieure à  $\frac{1}{50000}$  de seconde, « et bien moindre que ne le feraient croire les expériences réalisées de prime abord ». (*Bulletin de la Société française de Physique*, 1901; 2<sup>e</sup> fascicule, p. 117.) Un échange de vues sur ce sujet a eu lieu entre MM. Brunhes et Colardeau, à la séance de la Société de Physique du 15 mars 1901 : le désaccord entre les résultats obtenus par ces deux physiciens tient à ce que les conditions de leurs expériences ne sont pas les mêmes. Les miennes se rapprochent de celles de M. Colardeau.

» Prenons maintenant des fils de transmission d'une plus grande longueur,  $80^{\text{cm}}$  par exemple. Quand on éloignera le tube, il arrivera, pour une certaine distance, que les rayons X posséderont à la coupure leur pleine intensité pendant tout le temps que la force électrique à la coupure conserve une valeur notable (*fig. 3*) : l'efficacité des rayons X sera alors aussi grande que le permet leur intensité.

Fig. 3.



» Si l'on continue à éloigner le tube, on n'améliorera plus la coïncidence entre la présence des rayons X et celle de la force électrique à la coupure, et l'on perdra de plus en plus comme intensité des rayons X; par conséquent, leur action aura passé par un maximum. C'est ce que l'on constate effectivement : l'étincelle passe par un maximum lorsque le tube est à environ  $53^{\text{cm}}$  de la coupure. Ce maximum est bien dû aux rayons X, car il disparaît par l'interposition d'un petit disque de plomb.

» Ainsi, la supposition que la vitesse des rayons X et celle des ondes hertziennes seraient de même ordre de grandeur nous a conduits à prévoir l'existence d'un maximum; cette prévision s'est trouvée vérifiée par l'expérience. Comme, d'ailleurs, il paraît impossible d'expliquer autrement ce phénomène paradoxal, on est amené à conclure que *la vitesse de propagation des rayons X est bien du même ordre de grandeur que celle des ondes hertziennes*. Je me propose d'expliquer incessamment comment l'étude de ce maximum m'a fourni le moyen de déterminer le rapport des deux vitesses. »



## CORRESPONDANCE.

M. le **MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS** transmet à l'Académie, au nom de M. le Ministre des Affaires étrangères, un Mémoire de M. *Ryder*, capitaine de frégate de la Marine danoise, résumant les études entreprises sur les courants entre la Norvège, l'Écosse et le Groënland.

M. le général **Bassot** présente à l'Académie, au nom du Bureau des Longitudes, le Volume de la *Connaissance des Temps pour l'an 1905*, le 227<sup>e</sup> d'une éphéméride qui n'a jamais souffert d'interruption depuis la publication du premier Volume, en 1679, par Picard, et dont est chargé le Bureau des Longitudes depuis sa fondation en 1795.

« Le Volume de 1905 est en tout conforme à ceux qui le précèdent depuis 1901 (année où l'on a adopté, pour les quatre principales éphémérides astronomiques, un même système de constantes et un même Catalogue d'étoiles fondamentales), sauf en ce qui concerne les *distances lunaires*, qui sont pour la première fois et demeureront désormais supprimées. Le Bureau des Longitudes, après un examen approfondi, a, en effet, reconnu que la publication des distances lunaires ne présentait pas une utilité suffisante et ne répondait plus aux besoins actuels de la navigation. Par suite, il a été décidé, après avoir pris l'avis de M. le Ministre de la Marine, de ne plus insérer dans la *Connaissance des Temps*, à partir de 1905, l'éphéméride des distances lunaires. »

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1<sup>o</sup> Un Opuscule de M. *Gino Loria*, intitulé : « l'OEuvre mathématique d'Ernest de Jonquières » (Extrait de *Bibliotheca mathematica*, 1902).

2<sup>o</sup> Une Brochure intitulée : « Léonard de Vinci, peintre, ingénieur, hydraulicien ; par M. *A. Ronna* ». (Présenté par M. Haton de la Goupillière.)

3<sup>o</sup> Un Volume de M. *L. Dumas*, intitulé : « Recherches sur les aciers au nickel à haute teneur ». (Présenté par M. H. Moissan.)

4<sup>o</sup> Un Volume de M. *Stanislas Meunier*, intitulé : « la Géologie générale ». (Présenté par M. Albert Gaudry.)

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Nouvelles observations sur les éruptions volcaniques de la Martinique.* Extrait d'une Lettre de M. A. LACROIX à M. Michel Lévy.

« Le désastre du 30 a été épouvantable à cause du nombre des victimes, mais la région dévastée est loin d'avoir l'étendue que l'on disait.

» Dans cette région dévastée, à part bien entendu les flancs de la Montagne Pelée, les phénomènes mécaniques correspondent en moyenne à ceux de la zone intermédiaire de Saint-Pierre. Beaucoup de maisons au Morne Rouge sont absolument intactes et les habitants qui y étaient enfermés n'ont pas souffert. L'incendie n'a été que local, beaucoup d'arbres n'ont pas été renversés; mais il y a eu, d'autre part, des phénomènes de transport curieux. Vous verrez dans une de mes photographies ci-jointes un gros palmiste traversé par des poutres de bois. Sur une autre, un fragment de toiture en tôle est accroché à un arbre. Notez d'ailleurs que la plupart des maisons au Morne Rouge n'avaient qu'un soubassement en pierre, tout le reste était en bois; c'est le cas notamment de la maison où nous avons passé quelques jours en juillet et dont il ne reste plus que les fondations. Nous avons retrouvé, dans les déblais, de petits verres à liqueur à moitié fondus et qui étaient sur la commode de notre chambre.

» Il n'est pas douteux que la destruction ne soit due à l'action d'un nuage de vapeur d'eau très riche en cendre chaude. Il n'y a pas à songer à aucun gaz combustible; les arbres ne sont pas brûlés et les palmiers dont les feuilles n'ont pas été arrachées montrent que celles-ci ont été simplement desséchées.

» Des phénomènes électriques ont, comme toujours, accompagné l'éruption, mais n'ont joué qu'un rôle accessoire. J'ai examiné avec grand soin les nombreuses grilles en fer, les poteaux téléphoniques en fer, et je n'y ai vu nulle part la trace de coups de foudre.

» Quant à la cause de l'agrandissement de la zone dévastée par le volcan, elle est facile à distinguer. Dans notre Rapport précédent, nous avons parlé d'un talus, que l'on voyait par l'échancrure sud-ouest du cratère. Il représentait un des côtés d'un cône qui s'est très rapidement élevé dans le cratère pendant le mois d'août et qui, actuellement, dépasse le sommet de la montagne.

» Dès que cela nous sera possible, nous tenterons l'ascension du sommet de la Montagne Pelée <sup>(1)</sup> et de l'un quelconque des bords du cratère que

---

(<sup>1</sup>) Un récent câblogramme annonce que M. Lacroix a pu faire cette ascension.

nous avons gravis en juin et juillet; nous serons extrêmement près du sommet de ce cône. Il semble que c'est de l'intervalle situé entre les parois du cratère et la base de ce cône, ainsi que des flancs de celui-ci, que sortent actuellement les colonnes de gaz et de vapeurs qui, les jours de calme, montent verticalement à une hauteur prodigieuse.

» Ce cône, vu à la lorgnette, ne me paraît pas entièrement constitué par des blocs de projection; il est formé de dents très aiguës à parois verticales paraissant s'écrouler continuellement; celles-ci me rappellent le front des coulées des andésites de Santorin; il est possible qu'il s'élève là une sorte de cumulo-volcan, mais je vous donne cela sous toutes réserves, en attendant que je puisse le voir de près. La question passionnante est de savoir ce qu'il va arriver de ce cône. Quoi qu'il en soit, on comprend maintenant pourquoi les produits de projection, au lieu de prendre comme jusqu'en fin juillet la direction de l'ouest et du sud-ouest, retombent en gerbes sur tous les flancs de la Montagne Pelée. Nous n'avons jusqu'à présent constaté aucune fissure nouvelle, et, d'après les renseignements que j'ai recueillis, la fumerolle de Trianon, au voisinage de l'Ajoupa-Bouillon, n'aurait émis des vapeurs que d'une façon insignifiante et intermittente.

» J'ai choisi la place de l'Observatoire principal (vous la trouverez facilement sur la Carte de Challamel); c'est sur un morne situé sur la rive droite de la rivière du Carbet, exactement au nord de la lettre F de Fond-Saint-Denis écrit en gros caractères. Le village de Fond-Saint-Denis est inexactement placé sur cette Carte; la mairie est, en effet, au col situé à l'ouest du dernier lacet de la route, sur le versant de Saint-Pierre.

» Ce morne, dont l'altitude est d'environ 510<sup>m</sup>, domine au nord toute la région dévastée depuis le Prêcheur, le cratère, le Morne Rouge. Il est à quelques centaines de mètres en arrière de la zone dévastée par la dernière éruption. Je fais faire une petite casemate se fermant hermétiquement et qui nous permettra de nous terrer en cas de grosse éruption. Il n'y aura qu'une fenêtre du côté du volcan, et les dégagements auront lieu sur la rivière du Carbet. La difficulté va consister dans le ravitaillement; il faut en effet faire 16<sup>km</sup> dans la direction des pitons du Carbet pour trouver le camp de Colson, toute la région étant actuellement évacuée.

» Nous allons partir demain à la recherche d'un autre poste, destiné à surveiller le côté oriental du volcan. Nous le trouverons sans doute aux alentours du kilomètre 7 sur la route des Deux-Choux au Gros Morne (sur la Carte de Challamel, vous trouverez le plan des Deux-Choux à la



croisée des trois routes, exactement à la place du grand D de Fond-Saint-Denis).

» En relisant ma lettre, je m'aperçois que j'ai oublié de vous parler du ras de marée du 30 août. Il a été insignifiant à Fort-de-France (1<sup>m</sup> environ), et si la mer est venue à l'entrée de la rue Victor-Hugo, c'est par le débordement d'un caniveau et non pas par la savane. Des secousses de tremblement de terre très nettes ont été ressenties le 24 août, et désormais nos appareils nous permettront, s'il s'en produit de nouvelles, de les étudier avec soin. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon (équatorial Brünner de 0<sup>m</sup>,16) pendant le deuxième trimestre de 1902.* Note de M. J. GUILLAUME, présentée par M. Mascart.

« Il y a eu 67 jours d'observation dans ce trimestre.

» *Taches.* — Comparativement aux résultats du premier trimestre (présent Tome des *Comptes rendus*, p. 523), on a noté un nombre de groupes plus fort (6 au lieu de 4) et une surface totale moyenne moindre (112 millièmes au lieu de 639).

» La répartition de ces groupes entre les deux hémisphères est de 1 au sud et de 5 au nord, au lieu de 2 de part et d'autre, notés précédemment.

» Le nombre des jours sans taches est de 53, soit un nombre proportionnel pour ce trimestre de 0,79 au lieu de 0,60 dans le précédent. A cet égard, on remarque l'absence de taches durant 49 jours consécutifs, du 15 mars au 2 mai; la période antérieure la plus longue, du minimum actuel, a été de 39 jours (12 mars-19 avril 1901).

» Le groupe le plus important s'est montré dans sa période de décroissance, à +26° de latitude, du 23 mai au 4 juin; de  $\frac{130}{1000000}$ , son étendue superficielle est allée en diminuant, et elle était 12 fois moindre à la dernière date qu'à la première. Une particularité intéressante de ce groupe est qu'il appartient à la même région d'activité (alors à son quatrième retour) que le grand groupe de taches du mois de mars. A sa deuxième rotation (29 mars-11 avril), cette région n'a pas montré de tache proprement dite, mais seulement une petite *tache voilée* à +27°,5 de latitude, le 2 avril; à la rotation suivante, la troisième (26 avril-7 mai), elle n'a présenté que des facules et quelques pores gris de durée éphémère. Au cinquième retour (20 juin-1<sup>er</sup> juillet), la même région n'a montré que des facules. Nous avons déjà remarqué plusieurs fois des faits semblables, à savoir : des taches reparaissant par intermittences dans une même région d'activité.

» *Régions d'activité.* — Le nombre des groupes de facules notés est de 90 avec une surface totale de 29,0 millièmes; le précédent trimestre avait donné 68 groupes et 22,2 millièmes.

» Leur répartition entre les deux hémisphères est de 49 groupes au sud au lieu de 44, et de 41 au nord au lieu de 24.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observ.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes		Surfaces moyennes réduites.	Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observ.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes		Surfaces moyennes réduites.
			S.	N.					S.	N.	
Avril 1902. — 1,00						Mai 1902. — 0,57 (suite)					
17 j.			»	»		21	1	23,3		+23,5	12
						23-4	11	29,6		+26	84
						22 j.			-16°,5	+24°,2	
Mai 1902. — 0,57						Juin 1902. — 0,85					
5	1	1,5		+20,5	4	23	1	28,4		+28	4
5	1	6,2		+ 27	3						
23	1	20,0	-16,5		5	27 j.			»	+28°,0	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1902.	Sud.						Nord.						Totaux mensuels.	Surfaces mensuelles réduites.
	90°.	40°.	30°.	20°.	10°.	0°.	Somme.	0°.	10°.	20°.	30°.	40°.	90°.	
Avril.....	»	»	»	»	»	»	0	0	»	»	»	»	»	»
Mai.....	»	»	»	»	1	»	1	4	»	»	4	»	5	108
Juin.....	»	»	»	»	»	»	0	1	»	»	1	»	1	4
Totaux...	»	»	»	»	1	»	1	5	»	»	5	»	6	112

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1902.	Sud.						Nord.						Totaux mensuels.	Surfaces mensuelles réduites.
	90°.	40°.	30°.	20°.	10°.	0°.	Somme.	0°.	10°.	20°.	30°.	40°.	90°.	
Avril.....	8	1	1	1	1		12	7	1	1	3	»	2	19
Mai.....	7	1	2	4	2		16	19	2	3	6	3	5	35
Juin.....	12	1	4	1	3		21	15	2	1	6	2	4	36
Totaux...	27	3	7	6	6		49	41	5	5	15	5	11	90

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie des fonctions algébriques.*

Note de M. LUDWIG SCHLESINGER, présentée par M. Poincaré.

« Le problème de déterminer une fonction algébrique  $y$  de la variable complexe  $x$ , uniforme sur une surface  $R$  de Riemann donnée, a été traité par Riemann lui-même à l'aide du principe de Dirichlet et, plus tard, par MM. Schwarz et Neumann par d'autres méthodes transcendentes. Je me propose de donner une solution purement algébrique dudit problème, en poursuivant une méthode que j'avais indiquée autrefois (*Journal de Crelle*, t. 105) pour un cas particulier.

» Soit  $R$  une surface de Riemann à  $m$  feuillets et aux points de ramification  $a_1, \dots, a_\sigma$  que nous supposons tous simples; il s'agit de déterminer les coefficients de l'équation

$$(1) \quad F(x, y) = \sum_{k=0}^m \sum_{\lambda=0}^{\nu} A_{k\lambda} x^{v-\lambda} y^{m-k} = 0 \quad (A_{k\lambda} = 1),$$

de telle façon que la fonction  $y$  de  $x$  définie par cette équation soit uniforme sur  $R$ . Le discriminant  $Q$  de l'équation (1) par rapport à  $y$  sera un polynôme de degré  $2(m-1)$  des  $A_{k\lambda}$  et de degré  $2\nu(m-1)$  en  $x$ . D'ailleurs, on doit avoir

$$(2) \quad Q = (x - a_1) \dots (x - a_\sigma) X^2,$$

$X$  étant un polynôme de degré  $d = (m-1)(\nu-1) - p$  en  $x$ , où le nombre  $p$ , défini par l'équation  $\sigma - 2m = 2p - 2$ , désigne le genre de la surface  $R$ . En comparant dans les deux membres de l'équation (2) les coefficients des mêmes puissances de  $x$ , on obtient un système de  $2\nu(m-1) + 1$  équations pour les  $(m+1)(\nu+1) - 1$  coefficients  $A_{k\lambda}$  et les  $d+1$  coefficients de  $X$ ; dans ce système, que nous désignerons par  $(M=0)$ , le nombre  $N = 2m\nu - p + 2$  des inconnues surpasse donc de  $2\nu - p + 1$  celui des équations. Suivant le procédé indiqué par Kronecker au § 10 de sa *Festschrift*, décomposons le système  $(M) = 0$  en facteurs de divers rangs (Stufe). Nous cherchons une fonction  $y$  uniforme sur  $R$ , qui reprend  $m$  fois chaque valeur; cette fonction doit donc contenir  $2\nu - p + 1$  paramètres arbitraires. Nous n'avons donc besoin de nous occuper que du facteur de rang  $N - 2\nu + p - 1$  du système  $(M) = 0$ ,



facteur que nous désignerons désormais par  $(M') = 0$ . Dans le domaine de rationalité déterminé par les  $a_1, \dots, a_\sigma$ , considérées comme variables indéterminées, décomposons  $(M') = 0$  en facteurs irréductibles  $(M'_1) = 0$ ,  $(M'_2) = 0, \dots$ ; chacun de ces facteurs définit les  $N$  inconnues et en particulier les  $A_{k\lambda}$  comme fonctions algébriques des  $a_1, \dots, a_\sigma$ , contenant encore  $2v - p + 1$  paramètres arbitraires, que nous regarderons comme fixées une fois pour toutes. D'après le théorème de Puiseux généralisé, les diverses solutions  $A_{k\lambda}^{(i)}$  d'un facteur irréductible  $(M'_i) = 0$  proviennent l'une de l'autre en faisant décrire aux  $a_1, \dots, a_\sigma$  tous les chemins fermés possibles. En formant l'équation (1) avec les  $A_{k\lambda}^{(i)}$  comme coefficients, il faut qu'au moins une de ces équations soit irréductible, car, autrement, il n'y aurait pas d'équation irréductible de degré  $m$  et à  $\sigma$  points de ramification simples quelconques, ce qui est absurde. Formons une telle équation  $F_a(x, y_a) = 0$ , en choisissant pour coefficients un système de déterminations uniformes des  $A_{k\lambda}^{(i)}$ , et soit  $R_a$  la surface de Riemann appartenant à cette équation. En faisant décrire aux  $a_1, \dots, a_\sigma$  tous les chemins fermés possibles, l'équation  $F_a = 0$  sera changée en des équations  $F_1 = 0, \dots, F_q = 0$ , et la surface de Riemann correspondante en  $R_1, \dots, R_q$ , toutes ces surfaces provenant l'une de l'autre par *monodromie des points de ramification*. Si l'on applique les résultats de mon Mémoire (*Journal de Crelle*, t. 124, p. 292) aux surfaces de Riemann, résultats qui, dans ce cas particulier, sont d'accord avec ceux obtenus par M. Hurwitz dans un Mémoire antérieur (*Mathem. Annalen*, t. XXXIX), on reconnaît que toutes les surfaces de Riemann à  $m$  feuillets et ayant les points  $a_1, \dots, a_\sigma$  pour points de ramification simples proviennent l'une de l'autre par monodromie des points de ramification. Il faut donc que la surface  $R$ , donnée d'avance, se retrouve entre les surfaces  $R_1, \dots, R_q$  et, par suite, qu'une des équations  $F_1 = 0, \dots, F_q = 0$  appartienne à la surface  $R$ ; le problème proposé est donc résolu.

» Mais il s'ensuit de cette résolution qu'au point de vue algébrique il soit indispensable de considérer non une surface de Riemann  $R$  spéciale, mais à la fois toutes les surfaces  $R_1, \dots, R_q$  provenant de  $R$  par monodromie des points de ramification, c'est-à-dire que, au lieu d'examiner, comme le fait Riemann, la fonction  $y$  appartenant à une surface  $R$  donnée, il faut envisager l'ensemble de toutes les fonctions  $y_1, \dots, y_q$  appartenant aux diverses surfaces  $R_1, \dots, R_q$ . Cet ensemble constitue une seule fonction monogène, si on la regarde comme fonction des  $\sigma + 1$  variables  $x, a_1, \dots, a_\sigma$ , car toutes les  $y_1, \dots, y_q$  et ces fonctions seules proviennent de l'une d'entre elles, en faisant  $t$  varier de toute manière possible ces  $\sigma + 1$

variables. C'est surtout cette généralisation de la conception classique de Riemann qui nous semble mériter l'attention des géomètres, généralisation qui, d'ailleurs, s'approuve aussi dans les autres Chapitres de la théorie des fonctions algébriques, par exemple dans la théorie des équations différentielles linéaires auxquelles satisfont, selon *Fuchs*, les modules de périodicité des intégrales abéliennes. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation de Bessel avec second membre.*

Note de M. ALEXANDRE-S. CHESIN, présentée par M. Appell.

« On est souvent amené, dans les applications de la Physique mathématique, à l'équation

$$(1) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = f(x),$$

qui se ramène à celle de Bessel quand le second membre se réduit à 0. On sait que

$$(2) \quad y = AJ_n(x) + BK_n(x) \quad (n = \text{entier}),$$

$$(2') \quad y = AJ_n(x) + BJ_{-n}(x) \quad (n \neq \text{entier})$$

donnent la solution générale de l'équation (1) sans second membre. En appliquant la méthode de la variation des constantes arbitraires, on aura, pour déterminer A et B, les équations

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dx} = \frac{K_n(x)f(x)}{K_n(x)\frac{dJ_n(x)}{dx} - J_n(x)\frac{dK_n(x)}{dx}} \\ \frac{dB}{dx} = \frac{-J_n(x)f(x)}{K_n(x)\frac{dJ_n(x)}{dx} - J_n(x)\frac{dK_n(x)}{dx}} \end{array} \right\} \quad (n = \text{entier}).$$

$$(3') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dx} = \frac{J_{-n}(x)f(x)}{J_{-n}(x)\frac{dJ_n(x)}{dx} - J_n(x)\frac{dJ_{-n}(x)}{dx}} \\ \frac{dB}{dx} = \frac{-J_n(x)f(x)}{J_{-n}(x)\frac{dJ_n(x)}{dx} - J_n(x)\frac{dJ_{-n}(x)}{dx}} \end{array} \right\} \quad (n \neq \text{entier}).$$

» Or, il est aisé de s'assurer qu'on a les relations suivantes entre les

fonctions de Bessel de première et de seconde espèce :

$$(4) \quad K_n(x) \frac{dJ_n(x)}{dx} - J_n(x) \frac{dK_n(x)}{dx} = -\frac{1}{x} \quad (n = \text{entier}),$$

$$(4') \quad J_{-n}(x) \frac{dJ_n(x)}{dx} - J_n(x) \frac{dJ_{-n}(x)}{dx} = \frac{2 \sin n\pi}{\pi x} \quad (n \neq \text{entier}).$$

» On aura donc

$$(5) \quad \begin{cases} A = A' - \int x K_n(x) f(x) dx \\ B = B' + \int x J_n(x) f(x) dx \end{cases} \quad (n = \text{entier}),$$

$$(5') \quad \begin{cases} A = A' + \frac{\pi}{2 \sin n\pi} \int x J_{-n}(x) f(x) dx \\ B = B' - \frac{\pi}{2 \sin n\pi} \int x J_n(x) f(x) dx \end{cases} \quad (n \neq \text{entier}),$$

et il ne reste qu'à substituer ces expressions pour A et B dans les formules (2) et (2') pour obtenir la solution générale de l'équation (1). »

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur un exemple de transformation corrélatrice en Mécanique.* Noté de M. **PAUL-J. SUCHAR**, présentée par M. Appell.

« M. Painlevé a étudié des transformations générales de mouvement qui constituent la généralisation de la transformation homographique en Mécanique, indiquée par M. Appell. Je me propose, dans cette Note, d'indiquer un exemple de transformation corrélatrice.

» Soient  $r, \theta, v$  les coordonnées polaires et la vitesse d'un point matériel M de masse 1,  $\alpha$  l'angle de la vitesse avec l'axe polaire et J une force centrale passant par l'origine des axes, enfin M' le point correspondant à M sur la courbe hodographe.

» Considérons un second point matériel de même masse que le premier, sollicité par une force centrale J' passant aussi par l'origine. Je suppose que la constante des aires due à J' est la même que celle qui est due à J. Je cherche la relation liant J et J' et la correspondance existant entre les temps  $t$  et  $t'$  des deux mouvements, par la condition que la trajectoire du second mouvement soit la courbe hodographe du premier mouvement; quant au sens de ce second mouvement, nous disposerons des conditions initiales de manière qu'il soit le même que celui du point géométrique M'



correspondant au point matériel M. On remarque que la vitesse du second point matériel est égale au rayon vecteur  $r$  du point qui lui correspond sur la première trajectoire, puisque la constante des aires est la même dans les deux mouvements. De cette remarque et de l'hypothèse faite sur le sens du mouvement, il résulte que l'hodographe correspondant au second mouvement est une courbe symétrique par rapport au centre attractif de la trajectoire du premier mouvement, ou cette trajectoire elle-même, suivant que la force  $J$  est attractive ou répulsive.

» Si nous désignons par  $s$  et  $s'$  les arcs des trajectoires dans les deux mouvements, on aura, en se reportant à la définition de la courbe hodographe,

$$(1) \quad \frac{ds'}{dt'} = J \frac{dt}{dt'} = r, \quad \frac{ds}{dt} = J' \frac{dt'}{dt} = v,$$

d'où

$$(2) \quad J \cdot J' = rv.$$

» On obtient ainsi la correspondance existant entre  $t$  et  $t'$  et la relation liant  $J$  et  $J'$ .

» La formule bien connue de Binet nous donne pour ces deux mouvements, en ayant égard à (2),

$$(3) \quad -\frac{c^2}{r^2} \left[ \frac{d^2 \frac{1}{r}}{d\theta^2} + \frac{1}{r} \right] = J,$$

$$(4) \quad -\frac{c^2}{v^2} \left[ \frac{d^2 \frac{1}{v}}{dx^2} + \frac{1}{v} \right] = \frac{rv}{J}.$$

» Il résulte encore de la formule

$$v^2 = c^2 \left[ \left( \frac{d \frac{1}{r}}{d\theta} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \right]$$

cette autre formule

$$r^2 = c^2 \left[ \left( \frac{d \frac{1}{v}}{dx} \right)^2 + \frac{1}{v^2} \right].$$

» Enfin de la formule

$$(5) \quad pv = c,$$

où  $p$  est la distance de l'origine à la tangente à la trajectoire, il résulte la

formule

$$(6) \quad p'r = c,$$

ayant la même signification que la première et où  $p'$  est la distance de l'origine à la tangente à l'hodographe au point  $M'$ .

» Si la loi de la force est en général de la forme

$$J = \Phi(r, \theta, \varphi),$$

la formule (3) est l'équation différentielle de la trajectoire, ou, en ayant égard à (6), on obtiendra aussi l'équation différentielle de la courbe hodographe en coordonnées tangentielles. La formule (4) nous montre alors que, si la loi de la force est de la forme

$$J = \Phi(\varphi, \alpha, r),$$

elle est l'équation différentielle de la courbe hodographe en coordonnées polaires, qu'on pourra transformer à l'aide de (5), et l'on obtiendra l'équation différentielle de la trajectoire elle-même en coordonnées tangentielles.

» Enfin les formules (3) et (4) nous montrent que, si l'on sait déterminer le mouvement lorsque la loi de la force est de la forme

$$J = r\Phi(r, \theta, \varphi),$$

on saura encore le déterminer lorsque la loi de la force est de la forme

$$J = \frac{r}{\Phi(\varphi, \alpha, r)}.$$

» Nous avons là un exemple de transformation corrélatrice. En effet, il suffit de remarquer que l'hodographe, lorsque la force est centrale, est la polaire réciproque de la trajectoire tournée d'un angle droit dans un sens convenable, autour du centre attractif, qui est aussi le centre du cercle directeur. Il en résulte alors que, si les deux lois précédentes ont le même centre attractif, on pourra disposer des conditions initiales de façon que les trajectoires correspondant à l'une d'elles soient les polaires réciproques des trajectoires correspondant à l'autre.

» Considérons en particulier comme exemple les deux lois de forces trouvées par MM. Darboux et Halphen (1) :

$$J = \frac{\mu r}{(ax^2 + 2bxy + cy^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad J = \frac{\mu r}{(dx + ey + f)^3}.$$

(1) DARBOUX, HALPHEN, *Comptes rendus*, t. LXXXIV.

» Nous aurons, d'après la remarque précédente, deux lois nouvelles, pour lesquelles le mouvement s'obtiendra par des quadratures, à savoir

$$J = \frac{1}{\mu} r [ax'^2 + 2bx'y' + cy'^2]^{\frac{3}{2}}, \quad J = \frac{1}{\mu} r (dx' + ey' + f)^3,$$

où  $x'$  et  $y'$  sont les dérivées de  $x$  et  $y$  par rapport à  $t$ . Les trajectoires correspondant à ces dernières lois de forces seront des coniques, puisque la transformation est corrélative. »

PHYSIQUE. — *Précautions à prendre pour l'emploi des fils de cocon comme fils de torsion.* Note de M. V. CRÉMIEU, présentée par M. Lippmann.

« On sait que le fil tiré du cocon se compose de deux filaments à section sensiblement rectangulaire, que le ver étire et accole l'un à l'autre au moment où il les utilise.

» En même temps que le ver fabrique ce fil double, son corps produit des mouvements assez rapides de va-et-vient, de façon à former le feutrage très enchevêtré qui constitue les parois du cocon.

» Il en résulte que les deux brins qui composent chaque fil sont, au moment où ils se collent l'un à l'autre, dans un état de tension inégal. Chacun est dans un état comparable à celui d'un fil métallique recuit qu'on aurait d'abord enroulé en boudin, puis partiellement redressé.

» Les propriétés du fil de cocon dérivent de ce qu'il est formé de deux filaments de ce genre, collés l'un à l'autre sans qu'il y ait coïncidence entre leurs sinuosités respectives.

» D'ailleurs, la substance qui compose chaque filament se comporte comme un corps visqueux, incomplètement solidifié, dénué de toute élasticité proprement dite et très hygroscopique.

» Suivant les variétés de ver (et elles sont très nombreuses) la section de chaque filament peut varier du rectangle aplati au carré. Les dimensions du filament sont de l'ordre du  $\frac{1}{100}$  de millimètre.

» Ces particularités bien connues permettent de comprendre la façon dont le fil de cocon réagit contre la torsion et la traction.

» 1<sup>o</sup> *Filament simple.* — On peut, par un tour de main assez facile à saisir, mais impossible à décrire, dédoubler les fils de cocon. On observe sur le filament simple les propriétés suivantes :

» Sa force portante maxima est d'environ 4<sup>g</sup>.



» Le filament conserve les sinuosités ou plutôt les inégalités dues à son origine ; sous l'action de faibles poids, il subit d'abord un allongement de *redressement* qui peut atteindre  $\frac{1}{50}$  de sa longueur et devient complet pour des poids de 1<sup>g</sup> à 1<sup>g</sup>,5.

» Sous l'action de poids supérieurs, le filament subit un véritable allongement élastique, mais avec toutes les particularités provenant de sa viscosité et de son hygroscopicité.

» On peut remédier à ces inconvénients en laissant le fil pendant 1 ou 2 jours sous traction de quelques grammes ; on l'humecte alors avec un peu d'eau distillée sur du coton ; puis on le repasse en le faisant glisser sur un morceau de fil de laiton poli et chauffé à 100°-120°. Enfin, on le passe sur un morceau de coton imbibé de vernis gomme laque. On diminue ainsi la viscosité et l'hygroscopicité du fil.

» Mais, avant comme après ce traitement, le filament simple ne possède aucune élasticité de torsion. Un système qui lui est suspendu reste en équilibre *visqueux* dans un angle de près de 30°. Il semble que cette région d'indifférence diminue quand les poids attachés augmentent.

» 2° *Fil naturel double*. — Le fil double du cocon peut supporter 8<sup>g</sup> et même 10<sup>g</sup> pour certaines variétés de ver à soie.

» Ce fil présente à la traction les mêmes particularités que le fil simple. Il prend deux sortes d'allongements, l'un de redressement, l'autre à allure élastique, beaucoup plus faible que le premier. Des allongements brusques décollent partiellement les filaments, et l'allongement de redressement devient ainsi plus fort.

» Au point de vue de la torsion, les propriétés sont ici plus compliquées. Tant que le poids supporté n'est pas suffisant pour redresser le fil, c'est-à-dire tant que ce poids est inférieur à environ 2<sup>g</sup>, on constate les propriétés visqueuses de la soie, avec un équilibre indifférent dans un angle de 20° à 30°.

» Pour des poids supérieurs, le fil se comporte, non plus comme un unifilaire visqueux, mais comme un véritable bifilaire. Il peut alors offrir un couple de torsion assez élevé, du même ordre que celui d'un fil d'argent de même diamètre et de même longueur.

» Le calcul montre, en effet, qu'un bifilaire, dont chaque brin serait dépourvu d'élasticité de torsion propre, qui aurait 10<sup>cm</sup> de longueur et  $\frac{1}{50}$  de millimètre d'écartement entre ses deux brins (dimensions qui correspondent à celles du fil de cocon), offrirait, pour un poids de 8<sup>g</sup> et une torsion de 1 radian, un couple W égal à

$$W = 26 \times 10^{-4} \text{ erg.}$$

» Si, expérimentant avec ce fil considéré comme unifilaire, on calculait, à partir de cette valeur W supposée observée, le coefficient  $\gamma$  de Coulomb pour la soie, on trouverait

$$\gamma = 16 \times 10^8.$$

» Ce nombre, du même ordre que celui relatif à l'argent, serait beaucoup trop considérable pour la soie, et sa valeur varierait, du reste, avec les poids employés pour l'expérience.

» D'ailleurs, même lorsqu'il fonctionne comme bifilaire, le fil de cocon ne donne pas de zéro bien net aux systèmes qu'il supporte ; ceci est dû, probablement, aux variations que chaque torsion fait subir au collage des deux filaments.

» L'ensemble des considérations qui précèdent suffit à montrer les précautions à prendre dans l'emploi des fils de cocon, et pour la mesure de ce qui paraît être, au premier abord, les coefficients d'élasticité de la soie.

» Certaines espèces de vers à soie, élevées en Chine, donnent des cocons jumeaux dont le fil se compose de quatre filaments accolés; beaucoup de soies écruës du commerce proviennent de ces cocons, et les considérations qui précèdent s'appliquent avec encore plus de force aux fils que l'on tire souvent de ces soies écruës pour l'usage des laboratoires. »

OPTIQUE. — *La vision à distance par l'électricité.* Note de M. J.-H. COBLYN, transmise par M. Potier.

« Le problème de la transmission d'une image à distance repose sur la variation de résistance électrique qu'éprouve une cellule à sélénium intercalée dans un circuit. Le courant variable ainsi produit, dépendant de l'éclat du point exploré à l'instant considéré, doit être transformé au poste récepteur en variations d'intensité d'une source lumineuse. L'auteur propose de laisser l'éclat de la source fixe, à l'inverse du téléphone à gaz de M. Lazare Weiller, qui agit directement sur la flamme; le courant transmis obture plus ou moins le faisceau émis par cette source, d'après l'idée proposée par MM. Ayrlon et Perry. Il suffit, pour cela, d'employer l'oscillographe à fer doux de M. Blondel et de constituer l'équipage mobile par un tube creux oscillant dans un champ directeur.

» Reste l'exploration de l'image; c'est ce qui constitue la raison d'être de cette Note. Reprenant la théorie de M. Lazare Weiller, qui explore l'image par bandes parallèles, nous faisons remarquer qu'il faut décrire le patron d'un mouvement uniforme et ne jamais explorer un point plusieurs fois en un dixième de seconde, afin de transmettre chaque point avec son éclat respectif.

» Pour arriver à ce résultat, nous employons le système suivant : un diaphragme, percé d'un trou très petit, se trouve au foyer principal commun de deux lentilles convergentes; l'une de ces lentilles est placée devant l'image. De la sorte, on isole les rayons lumineux provenant de l'image et parallèles à l'axe général du système.

» L'autre lentille se trouve devant un cylindre creux, percé de fentes hélicoïdales et tournant perpendiculairement à l'axe optique du système avec une vitesse de 5 tours à la seconde.

» On s'arrange de manière que le diaphragme et les fentes du cylindre ne laissent passer, à un instant déterminé, qu'un seul rayon provenant d'un point de l'image, rayon qui sera parallèle à l'axe du système. Si la rotation est constante, le point exploré se déplace sur une série de bandes horizontales, et cela d'un mouvement uniforme.

» De plus, en remplaçant le diaphragme par le miroir d'un diapason vibrant verticalement, la série de lignes horizontales est changée, par composition optique, en un système de sinusôides qui, par un artifice particulier, forment une espèce de quadrillage : cette exploration est la plus rationnelle, car elle décompose l'image en une série de mailles ayant toutes la même aire (1). »

MAGNÉTISME. — *Variation de la résistance magnétique d'un barreau de traction.*

Note de M. FRAICHET.

« Prenons le barreau à éprouver comme noyau d'une bobine comprenant deux enroulements : 1° un circuit primaire relié aux bornes d'une pile; 2° un circuit secondaire relié aux bornes d'un galvanomètre. Toute modification du barreau soumis à la traction produit une variation du flux qui traverse le circuit secondaire et, par suite, une déviation du galvanomètre.

» *La déviation est discontinue.* — Toutes les fibres du barreau ne sont pas identiques; elles se rompent donc successivement. Pendant la période élastique, le flux varie, d'une façon continue, jusqu'à la rupture de la première fibre; mais cette rupture produit une chute brusque du flux, et cette diminution instantanée est d'autant plus grande que le faisceau des fibres qui se sont rompues ensemble est plus important.

» Le flux qui circulait par ces fibres est tombé brutalement, au moment de leur rupture; il remonte ensuite, de façon à prendre une valeur inférieure à sa valeur primitive et dépendant de la perméabilité du ciment qui est venu s'interposer dans la cassure.

» On voit donc que chaque rupture de fibres produit une oscillation dans la variation du flux, et ce n'est que lorsque le faisceau fibreux a complètement cédé que cette variation redevient continue.

---

(1) La description détaillée de l'appareil proposé sera faite ultérieurement dans *l'Éclairage électrique*.



» Le nombre et les amplitudes des oscillations sont d'autant plus grands que le métal est plus fibreux : un barreau d'acier dur trempé ne possède aucune fibre, par suite le flux qui le traverse varie, d'une façon continue, jusqu'à la rupture du barreau. Il en est de même pour un barreau d'une nuance quelconque qui a déjà subi une première traction au delà de sa limite élastique.

» *Détermination de la limite élastique.* — Il y a lieu de considérer deux limites : 1° la limite élastique du ciment, qui correspond à la déviation maximum du galvanomètre ; 2° la limite de résistance de la fibre la moins résistante, qui correspond à la première oscillation du galvanomètre.

» Ces deux limites sont, en général, très rapprochées de la limite élastique apparente indiquée par le manomètre de la machine à traction ; mais on a constaté, sur certains barreaux désorganisés par un chauffage à haute température, qu'il se produisait, parfois, quelques oscillations dès le commencement de la charge ; de semblables barreaux n'ont donc pas, à proprement parler, de limite élastique. Il en est de même pour la plupart des barreaux en fer puddlé ordinaire. »

ÉLECTRICITÉ. — *Force électromotrice d'un élément de pile thermo-électrique.*

Note de M. **PONSOT**, présentée par M. Lippmann.

« Aux bornes  $c$  et  $c'$  d'un élément de pile thermo-électrique on oppose une source électrique dont la force électromotrice, de  $e$  volts, équilibre celle de l'élément. Le déplacement réversible de 1 coulomb dans l'élément thermo-électrique, et dans le sens du courant qui parcourrait cet élément supposé seul, emprunte une énergie de  $e$  joules, fournie par :

» 1°  $q$  unités de chaleur absorbées dans la soudure chaude, tandis que  $q_0$  unités de chaleur ont été cédées à la soudure froide ; 2° par la chaleur empruntée dans les fils  $aa'$  et  $bb'$  de l'élément.

» On sait que l'inégalité de température entre deux tranches voisines d'un conducteur homogène amène entre elles une différence de potentiel et engendre ainsi une force électromotrice. La valeur du potentiel en un point donné d'un conducteur donné est une fonction de sa température actuelle, si son état physique, sa constitution chimique ne dépendent que de cette température. La soudure  $a, b$  étant à la température  $\theta$ , la soudure  $a', b'$  à la température  $\theta_0 < \theta$ ,  $\varepsilon$  étant le potentiel d'un point de  $aa'$ ,  $\varepsilon'$  celui d'un point  $bb'$ , un coulomb, parcourant le chemin  $c' b' a' abc$ , aura

pris sous forme de chaleur une quantité d'énergie, en joules,

$$\int_{\theta_0}^0 \left( \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \frac{d\mathcal{E}'}{d\theta} \right) d\theta.$$

L'unité de chaleur choisie étant équivalente à 1 joule, on a

$$(1) \quad e = q + \int_{\theta_0}^0 \left( \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \frac{d\mathcal{E}'}{d\theta} \right) d\theta - q_0,$$

$$(2) \quad 0 = \frac{q}{0} + \int_{\theta_0}^0 \frac{1}{\theta} \left( \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \frac{d\mathcal{E}'}{d\theta} \right) d\theta - \frac{q_0}{\theta_0}.$$

Liebenow a donné l'expression suivante :

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} = \pm 2,04 \sqrt{\frac{RL}{\theta}},$$

R étant la résistance spécifique, L le coefficient de conductibilité calorifique; mais cette expression ne peut pas être utilisée ici.

» Lorsque, au moyen d'une force électromotrice compensatrice appliquée en  $cc'$ , on fait cesser le courant électrique, on peut dire que la force électromotrice existant dans le fil  $aa'$ , force électromotrice que je supposerai croissante de  $a$  en  $a'$  et égale à  $E$ , est équilibrée par une force électromotrice égale et de signe contraire, provenant du reste du circuit. Je comparerai le tout à une machine de Carnot.

» Dans le fil  $aa'$ , l'énergie à fournir pour un déplacement électrique réversible représente celle qu'on doit céder à la machine de Carnot dans un cycle complet; l'énergie que reçoit le reste du circuit de l'élément thermo-électrique et le circuit de la force électromotrice compensatrice représente celle que la machine de Carnot fournit au milieu extérieur dont les forces équilibrent la force expansive de la matière de cette machine.

» Le fil  $aa'$  est le siège d'un phénomène irréversible de conduction de chaleur : avec une machine de Carnot on peut arrêter, en  $a$ ,  $q$  unités de chaleur et, après un cycle complet de modifications réversibles, rendre, en  $a'$ ,  $q'$  unités de chaleur; on sait qu'on a

$$\frac{q}{\theta} = \frac{q'}{\theta_0},$$

la force d'expansibilité de la matière de la machine ayant fourni au milieu extérieur un travail équivalent à  $q - q'$ .

» Posant  $nE = q - q'$ , on peut dire que  $n$  coulombs allant de  $a$  en  $a'$

retiendront dans ce trajet l'énergie  $q - q'$ , qu'ils emporteront pour l'abandonner dans le reste du circuit : c'est comme s'ils entraînaient avec eux, de  $a$ ,  $q$  unités de chaleur, pour n'en laisser en  $a'$  que  $q'$  unités et emporter le reste.

» Si l'on divise le fil  $aa'$  par des sections caractérisées par les températures  $\theta, \theta_1, \theta_2, \dots$  et les valeurs  $\mathcal{E}, \mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots$  du potentiel électrique, et si l'on pose

$$\frac{q}{\theta} = \frac{q_1}{\theta_1} = \frac{q_2}{\theta_2},$$

les  $n$  coulombs emportent dans les tranches successives du fil

$$\begin{aligned} q - q_1 &= \frac{q}{\theta} (\theta - \theta_1) = n(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}), \\ q_1 - q_2 &= \frac{q}{\theta} (\theta_1 - \theta_2) = n(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1), \quad \dots, \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}}{\theta - \theta_1} = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{\theta_1 - \theta_2} = \dots = \frac{E}{\theta - \theta_0} = \frac{q}{\theta} : n = \text{const.}$$

Cette utilisation progressive d'une partie de la chaleur de conduction, dans toutes les tranches du fil, permet de comprendre que cette chaleur puisse alimenter une force électromotrice dirigée en sens inverse de celle considérée.

» Dans chaque tranche du conducteur, l'unité d'électricité utilise la chute de température d'une quantité invariable d'entropie.

» En admettant la relation de Liebenow,  $L$  étant indépendant de  $\theta$ , on aurait  $R : \theta = \text{const.}$  ;  $R$  serait nul au zéro absolu :

» Loi expérimentale approchée de quelques métaux purs.

» Si, dans les égalités (1) et (2), on pose  $\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \frac{d\mathcal{E}'}{d\theta} = B$ , on a

$$(3) \quad e = \left( B + \frac{q_0}{\theta_0} \right) (\theta - \theta_0) - B\theta (\text{Log } \theta - \text{Log } \theta_0);$$

comme  $\frac{de}{d\theta}$  doit être indépendant de  $\theta_0$ , on a

$$(4) \quad \frac{q}{\theta} + B \text{Log } \theta = \text{const.}$$

Il est désirable d'utiliser la relation (3) à la mesure des températures absolues; on écrira

$$e_\theta = a\theta + b\theta \log \theta + c; \quad e_{\theta_0} = 0,$$



$a, b, c$  étant des constantes, dont la dernière seule dépend de  $\theta_0$ ; on se servira des logarithmes usuels. Pour la détermination des constantes on devra faire deux mesures; on sera donc obligé de connaître trois températures absolues, la valeur de l'une d'elles étant choisie arbitrairement.

» La détermination des températures absolues au moyen de la mesure de  $q(4)$  (Pellat) demanderait la détermination de deux constantes et la connaissance de deux températures absolues, l'une d'elles ayant une valeur donnée.

» Si, pour la détermination des constantes d'un élément thermo-électrique, l'on accepte les données d'un thermomètre quelconque, dans un intervalle déterminé de températures, je crois qu'on pourra affirmer que ce thermomètre ne donne pas une *échelle exacte* de températures absolues, si cette échelle ne coïncide pas, dans toute son étendue, avec celle de l'élément thermo-électrique. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode de dosage volumétrique du tannin et analyse des bois et extraits tanniques*. Note de M. ALBERT THOMPSON, présentée par M. Henri Moissan.

« On sait que le tannin, en présence des solutions d'alcalis caustiques, soude ou potasse, absorbe très rapidement l'oxygène. Notre méthode repose sur les considérations suivantes :

» 1° L'eau oxygénée se dissocie totalement en oxygène et en eau sous l'influence du bioxyde de plomb chimiquement pur, en présence des alcalis caustiques, soude ou potasse, en solution concentrée. Le bioxyde de plomb doit être obtenu en traitant le minium pur par l'acide azotique.

» 2° L'oxygène naissant ainsi produit est rapidement absorbé par le tannin lorsque ce dernier est ajouté dans l'eau oxygénée alcaline avant l'addition du bioxyde de plomb.

» 3° Le tannin une fois saturé, la dissociation de l'eau oxygénée se continue comme si ce corps n'était pas présent, et la totalité de l'oxygène en excès est mise en liberté.

» 4° 0<sup>g</sup>, 10 de tannin chimiquement pur et anhydre absorbent 20<sup>cm<sup>3</sup></sup> d'oxygène mesurés à 0° et 760<sup>mm</sup>.

» 5° Enfin le tannin est soluble dans l'alcool à 90°, tandis que la plupart des substances minérales et pectiques qui l'accompagnent sont insolubles.

» L'analyse d'un tannin comporte donc : 1° la détermination de la

quantité d'oxygène dégagée par un volume connu d'eau oxygénée; 2° la mensuration de l'oxygène dégagé par un même volume d'eau oxygénée, en présence d'un poids connu de tannin purifié à l'aide d'un traitement par l'alcool à 90°. La différence entre les deux volumes obtenus donnera la quantité d'oxygène fixé par le tannin.

» Pour réaliser ces expériences nous avons combiné un tannomètre spécial entièrement en verre, qui permet d'introduire successivement les réactifs au moment voulu, sans ouvrir l'appareil et sans modifier le volume intérieur.

» *Dosage du tannin.* — On pèse 1<sup>g</sup> du tannin à analyser réduit en poudre très fine, on le met dans une fiole jaugée de 50<sup>cm³</sup> et l'on ajoute de l'alcool à 90° jusqu'au trait. On agite fréquemment et l'on filtre après une heure de contact. On mesure 25<sup>cm³</sup> de la solution filtrée et l'on évapore à sec au bain-marie. Le résidu est dissous dans de l'eau distillée pour faire 25<sup>cm³</sup> dont 5<sup>cm³</sup> contiendront 0<sup>g</sup>, 10 du tannin à analyser.

» Le tannomètre étant maintenu verticalement, on introduit 5<sup>cm³</sup> de lessive de soude dans l'ampoule B, et du bioxyde de plomb dans le tube D. On mesure alors 5<sup>cm³</sup> de la solution de tannin, que l'on verse dans l'ampoule A, on ajoute 2<sup>cm³</sup> d'eau oxygénée, préalablement titrée avec le même appareil. Enfin, on verse de l'eau dans la cloche à gaz C jusqu'au 0° supérieur. Après avoir noté la température et la pression, on fait arriver la lessive de soude, on agite et l'on fait tomber du bioxyde de plomb après 15 minutes de contact. Au bout de 2 heures de repos, on fait de nouveau tomber du bioxyde, on agite et on lit le volume d'oxygène dégagé. On note de nouveau la température et la pression. La réaction doit être terminée et, si une variation se produisait au bout d'une heure, il faudrait recommencer le dosage.

» Le volume d'oxygène absorbé par le tannin, divisé par 2, donne le titre en tannin pur.

» *Applications aux bois et extraits tanniques.* — La marche générale est la même que pour les tannins, avec cette différence que l'on emploie l'alcool méthylique purifié à 90°, qui épuise plus facilement ces matières industrielles que l'alcool ordinaire.

» *Vérification de la méthode.* — Pour bien nous assurer que les chiffres obtenus se rapportaient bien à du tannin complètement assimilable par la peau, nous avons préparé des dissolutions à 1 pour 100 de tannin pur et anhydre et analysé ces liqueurs avant et après l'action de la peau. Cette précipitation a été effectuée par les procédés connus, qui constituent, du reste, des méthodes de dosage.

*Tannin pur* (1 échantillon).

	I.	II.	III.
Avant le traitement par la peau.....	99,2	98,9	99,3
Après       »               »       .....	Néant	Néant	Néant

*Extrait de châtaignier* (3 échantillons).

	I.	II.	III.
Avant le traitement par la peau.....	28,53	31,17	22,56
Après       »               »       .....	Néant	Néant	Néant

» Les résultats obtenus représentent donc bien du tannin entièrement assimilable par la peau. »

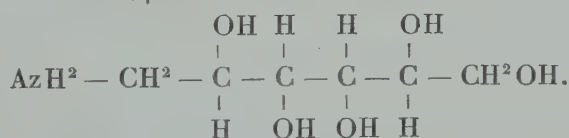
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle base dérivée du galactose.*

Note de M. E. Roux, présentée par M. A. Haller.

» Dans une Note précédente <sup>(1)</sup>, M. Maquenne et moi avons fait connaître qu'en réduisant les oximes des sucres on obtient des bases polyalcooliques et nous avons décrit l'une d'elles, la glucamine, qui dérive du glucose.

» La même méthode, appliquée à l'oxime du galactose, donne une autre base, isomère de la précédente, que, par analogie, j'appellerai *galactamine*.

» Ses propriétés générales sont semblables à celles de la glucamine déjà décrite. D'après la notation proposée par M. Maquenne, elle représente l'*amino-1-hexanepentol*  $\frac{2.5}{3.4}6$ ,



» La galactamine se présente sous forme d'une masse incolore, d'aspect cristallin, très soluble dans l'eau, peu soluble dans l'alcool bouillant, qui fond vers 139° et donne à l'analyse des nombres qui concordent avec la formule C<sup>6</sup>H<sup>15</sup>AzO<sup>5</sup>. Son pouvoir rotatoire  $[\alpha]_D$ , en solution aqueuse à 10 pour 100, est de - 2°,77, sans multirotation.

(<sup>1</sup>) *Comptes rendus*, t. CXXXII, p. 980.



» Son action sur les sels métalliques est semblable à celle de la glucamine, cependant elle ne donne pas de combinaison cristallisée avec le sulfate de cuivre. C'est une base forte, qui déplace l'ammoniaque.

» Nous décrirons ici quelques-uns de ses sels et de ses dérivés :

» *Oxalate neutre* :  $(C^6H^{13}O^5AzH^2)^2C^2O^4H^2, 2H^2O$ . — Ce sel, très soluble dans l'eau, cristallise, par évaporation spontanée de ce dissolvant, en fines aiguilles arborescentes. Il perd assez rapidement son eau de cristallisation à  $100^\circ$ . Son point de fusion instantanée est  $129^\circ-130^\circ$ . Il est insoluble dans l'alcool à  $95^\circ$  bouillant, mais assez soluble dans l'alcool faible. Son pouvoir rotatoire  $[\alpha]_D$  est  $-11^\circ, 28$  pour une concentration de 8 pour 100.

» En ajoutant peu à peu de l'alcool fort à sa solution dans l'alcool à  $60^\circ$ , on précipite de l'*oxalate anhydre*, sous forme d'une poudre blanche, constituée par des amas de cristaux aciculaires, fondant à  $200^\circ$ .

» *Chlorhydrate* :  $HCl.AzH^2C^6H^{13}O^5, H^2O$ . — Il cristallise en fines aiguilles prismatiques, extrêmement solubles dans l'eau, insolubles dans l'alcool à  $95^\circ$ , assez solubles dans l'alcool à  $60^\circ$ , s'effleurissant dans l'air sec. En ajoutant de l'alcool à sa solution aqueuse, on précipite le *chlorhydrate anhydre* sous forme d'une poudre amorphe.

» C'est un isomère du chlorhydrate de dulcitamine décrit par Bouchardat <sup>(1)</sup>.

» *Picrate* :  $C^6H^2(AzO^2)^3OH, C^6H^{13}O^5AzH^2$ . — Poudre cristalline d'un beau jaune de chrome, formée de petites aiguilles, très soluble dans l'eau, assez soluble dans l'alcool fort et légèrement soluble dans l'alcool éthéré.

» *Chloroplatinate* :  $(C^6H^{13}O^5AzH^2, HCl)^2PtCl^4$ . — Cristallise en lamelles jaune orangé ayant la forme d'un triangle dont l'un des sommets est arrondi. Très soluble dans l'eau et, cependant, peu hygrométrique, il est très peu soluble dans l'alcool à  $95^\circ$  et assez soluble dans l'alcool à  $80^\circ$  ainsi que dans l'alcool méthylique. Il ne s'altère pas sensiblement à  $100^\circ$ .

» C'est un isomère du chloroplatinate de dulcitamine de Bouchardat.

» *Sulfate neutre* :  $SO^4(AzH^2C^6H^{13}O^5)^2$ . — Cristallise en belles aiguilles prismatiques. Il est extrêmement soluble dans l'eau, insoluble dans l'alcool à  $95^\circ$  et assez soluble dans l'alcool à  $50^\circ$ .

» *Benzalgalactamine* :  $C^6H^5CH = AzC^6H^{13}O^5$ . — Obtenue en faisant réagir l'aldéhyde benzoïque sur la galactamine. Elle cristallise en petites lamelles rectangulaires qui se groupent en étoiles. Ce corps est décomposé rapidement par l'eau à  $100^\circ$ , mais l'eau froide, dans laquelle il est presque insoluble, ne l'hydrolyse que lentement. Il est insoluble dans l'alcool et ne se dissout que dans un mélange d'alcool et d'aldéhyde benzoïque, dans lequel on peut le faire cristalliser. Il fond à  $195^\circ-196^\circ$  en se décomposant.

» *Galactamine-urée*  $AzH^2 - CO - AzHC^6H^{13}O^5$ . — Obtenu par réaction du sulfate de galactamine sur le cyanate de potassium, ce corps cristallise en lamelles rectangulaires. Il est très soluble dans l'eau et très peu soluble dans l'alcool. Il fond à  $180^\circ$

(1) BOUCHARDAT, *Comptes rendus*, t. LXXIV, p. 1406.

sans se décomposer. Son pouvoir rotatoire est  $-12^{\circ},50$ , sans multirotation. Il est décomposé par l'hypobromite de soude de la même façon que la glucamine-urée : l'azote se dégage et des produits réducteurs se forment, tout d'abord, qui disparaissent rapidement, par oxydation, en donnant notamment de l'acide oxalique.

» *Galactamine-phénylurée*  $C^6H^5AzH - CO - AzHC^6H^5O^5$ . — On l'obtient en faisant réagir l'isocyanate de phényle, en quantité théorique, sur la galactamine dissoute dans la pyridine. Ce corps cristallise en longues et fines aiguilles prismatiques, qui se groupent en faisceaux et forment une masse volumineuse. Il est peu soluble dans l'eau ou dans l'alcool bouillants et presque insoluble dans ces liquides froids; il se dissout facilement dans la pyridine. Il fond à  $219^{\circ}$  sans se décomposer.

» *Galactamine-phénylurée pentacarbamique* :



Se prépare en faisant agir sur la galactamine l'isocyanate de phényle en excès. Ce corps cristallise en petites aiguilles fusiformes. Il est insoluble dans l'eau, très peu soluble dans l'alcool, la benzine, le toluène et assez soluble dans la pyridine. Il fond à  $325^{\circ}$  en se décomposant.

» *Mercapto-galactoxazoline*  $Az \begin{array}{l} \diagup CH^2 - CH - (CHOH)^3 - CH^2OH \\ \diagdown C(SH) - O \end{array}$ . — Dans

une Note précédente <sup>(1)</sup>, M. Maquenne et moi avons montré que le sulfure de carbone attaque les polyoxyamines à chaud, en donnant des combinaisons cycliques à un seul atome de soufre, qui appartiennent vraisemblablement à la famille des oxazolines.

» La galactamine ainsi traitée par le sulfure de carbone donne une mercapto-butyltétrol-oxazoline, que je désigne sous le nom de *mercapto-galactoxazoline*, pour la distinguer de son isomère dérivé du glucose, lequel doit être désigné sous le nom de *mercapto-glucosazoline*.

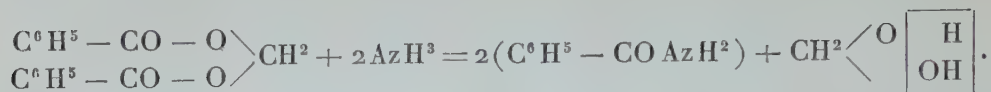
» Ce corps cristallise en lamelles ayant la forme d'un rectangle accolé par un côté à la base d'un triangle; ce qui leur donne l'aspect d'une enveloppe ouverte. Il est très soluble dans l'eau et peu soluble dans l'alcool. Il fond à  $185^{\circ}$ - $186^{\circ}$ , sans décomposition. C'est un corps très stable, comme son isomère dérivé du glucose, avec lequel il présente de grandes analogies. Cependant, il ne donne pas comme lui de combinaison cristallisée avec le nitrate d'argent. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau composé du groupe de l'hexaméthylène-tétramine*. Note de M. MARCEL DESCUDÉ, présentée par M. A. Haller.

« *Action de l'ammoniac sur le dibenzoate de méthylène*. — Le dibenzoate de méthylène se comporte, vis-à-vis du gaz ammoniac, comme les éthers-sels; il se forme, d'une part, de la benzamide; d'autre part, le glycol

(1) *Comptes rendus*, t. CXXXIV, p. 1589.

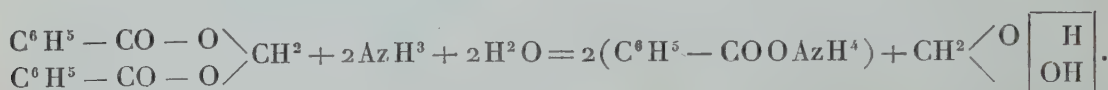
méthylénique :  $\text{CH}^2 \begin{array}{l} \diagup \text{OH} \\ \diagdown \text{OH} \end{array}$



» Ce glycol instable se dédouble en *eau* et *aldéhyde formique*, ce qui complique la réaction. L'aldéhyde formique réagit sur l'ammoniac en excès pour donner l'*hexaméthylène-tétramine* et une nouvelle quantité d'eau :



» Enfin, une certaine quantité de dibenzoate est saponifiée :



» De sorte que, lorsque la réaction est terminée, on obtient un mélange de *benzamidé*, de *benzoate d'ammonium* et d'*hexaméthylène-tétramine*.

» J'ai réalisé l'expérience en présence d'un grand excès d'alcool absolu et, après avoir chassé celui-ci, à froid, par distillation dans le vide, j'ai pu séparer, dans le résidu, les trois produits précédents. Dans le cas du dibenzoate, l'hexaméthylène-amine ne se forme que dans de faibles proportions; mais en opérant avec le *diacétate de méthylène*, il s'en forme une notable quantité; de plus, il est ici possible d'opérer en présence d'une faible quantité d'alcool, et l'hexaméthylène-amine se dépose, *presque entièrement*, sous forme de beaux cristaux, très limpides. C'est même là un procédé très rapide pour obtenir cette base à l'état de pureté.

» Lorsque l'action de l'ammoniac sur le dibenzoate est terminée, on a une solution alcoolique *limpide*, qui ne *renferme* que les corps indiqués plus haut.

Si, au lieu de distiller cette solution dans le vide, on chasse l'alcool par évaporation au bain-marie, il se produit de nouvelles réactions. Au bout de 12 à 15 heures environ, on obtient un produit à peu près sec qui, épuisé par l'eau bouillante, laisse un résidu très notable (près d'un tiers), alors que les produits primitifs étaient tous solubles. On le recueille sur le filtre et on le lave à l'eau bouillante, *jusqu'à ce qu'il ne se dissolve plus rien*. On le sèche et on le reprend par l'alcool bouillant. Par refroidissement, il se dépose sous forme de paillettes brillantes constituées par des octaèdres clinorhombiques.

» *Propriétés*. — Ce corps, inodore, est complètement insoluble dans l'eau, même à chaud. Il est à peu près insoluble dans l'éther, le sulfure de carbone, l'acétone, la benzine. Il est peu soluble dans l'alcool : 100<sup>g</sup> d'alcool absolu en dissolvent 0<sup>g</sup>,531 à 18°; l'alcool bouillant en dissout environ huit fois plus. L'acétate d'éthyle se comporte de même. Le chloroforme et l'acide acétique le dissolvent assez bien.

» *Action de la chaleur*. — Il fond vers 187°, en un liquide incolore qui brunit



rapidement pour peu qu'on dépasse cette température. Par refroidissement, *il conserve sa transparence* et présente alors l'aspect d'un morceau de verre. Sous cet état, il est cassant et très léger;  $D = 1,240$  maintenu pendant quelque temps dans l'eau, il devient opaque, par suite d'une transformation qui s'opère de la surface au centre; et, si l'on casse un morceau ainsi altéré, on constate qu'il n'a perdu sa transparence que sur les bords. Si l'on cherche à le sublimer, il se décompose; il se forme de légers flocons vers  $125^{\circ}$  (probablement de la benzamide).

» *Action des acides étendus.* — L'action des acides sur ce composé est particulièrement intéressante, car elle va servir à établir sa formule de constitution. Tous les acides minéraux, en solution aqueuse même très étendue, le transforment en quelques instants, à l'ébullition, en *méthylène-dibenzamide*; à côté de ce produit, très facile à caractériser, il y a mise en liberté d'aldéhyde formique et d'ammoniac.

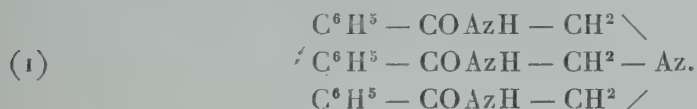
» Les analyses et la cryoscopie conduisent à la formule brute



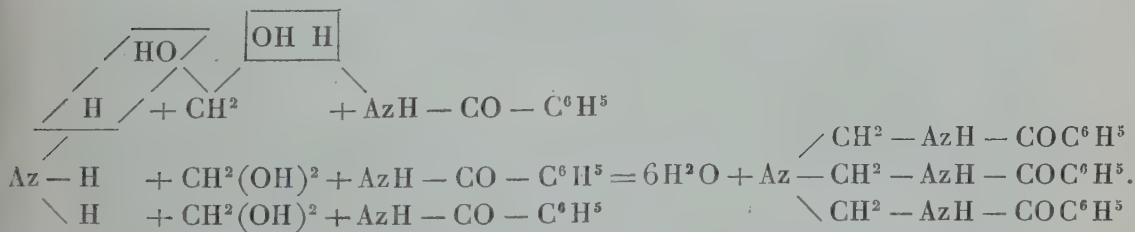
qui peut s'écrire, en mettant en relief les divers groupements,



et la formule de constitution qui paraît la plus vraisemblable est



» Le mode de formation de ce corps s'accorde, d'ailleurs, avec cette formule. *J'ai pu, en effet, le reproduire en faisant réagir directement la benzamide sur l'hexaméthylène-tétramine ou sur un mélange d'aldéhyde formique en solution aqueuse et d'ammoniaque.* Dans ce dernier cas, le mécanisme de la réaction peut se concevoir très simplement de la façon suivante :



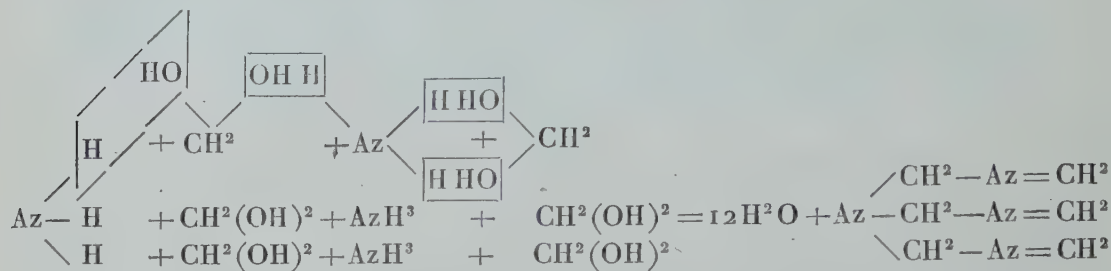
» Les acides en solution diluée, agissant comme agents d'hydratation, produisent la réaction inverse. La moitié de l'aldéhyde réagit sur la

benzamide formée pour donner naissance au méthylène-dibenzamide :



et l'autre moitié se retrouve à l'état libre.

» D'ailleurs, l'hexaméthylène-tétramine elle-même peut prendre naissance par un mécanisme semblable :



» On voit donc que ce nouveau composé, que j'appellerai l'*azotriméthylène-tribenzamide*, peut être dérivé de l'hexaméthylène-tétramine. Et comme, d'autre part, il semble difficile, d'après ce qui précède, de lui attribuer d'autre formule que la formule (1), on doit voir là une preuve nouvelle à l'appui de la formule de constitution de l'hexaméthylène-tétramine, constitution qui fut récemment l'objet d'une très longue discussion. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'acide solide de l'huile d'Elæococca vernicia.*

Note de M. L. MAQUENNE, présentée par M. P.-P. Dehérain.

« D'après Cloez, à qui l'on doit la découverte des corps qui nous occupent, l'huile normale d'*Elæococca* renferme, à l'état de glycérade, un acide cristallisable particulier, l'acide *élæomargarique*  $\text{C}^{17}\text{H}^{30}\text{O}^2$ , qui fond à  $48^\circ$  et est éminemment siccatif.

» Ce composé ne se rencontre que dans l'huile fluide, préparée par pression ou par épuisement à l'éther. L'huile concrète, que l'on obtient par le sulfure de carbone ou qui se forme spontanément par insolation de l'huile liquide, fournit un autre acide, également cristallisable, qui présente la même composition que le précédent, mais n'entre en fusion qu'à  $71^\circ$  et se dissout en moindre quantité dans l'alcool. Cloez a donné à ce second corps

le nom d'*acide élæostéarique* et a admis qu'il résulte de la polymérisation du premier <sup>(1)</sup>.

» La présence, dans un corps gras naturel, d'un acide renfermant 17<sup>at</sup> de carbone paraissant *a priori* quelque peu anormale, il nous a semblé utile de reprendre cette étude.

» Les recherches qui suivent ont porté sur un échantillon d'huile authentique, fraîchement extraite par pression des graines d'*Elæococca*, encore parfaitement limpide et seulement teintée de jaune clair.

» I. *Isomérisation de l'acide élæomargarique*. — La transformation, au contact du sulfure de carbone, de l'acide élæomargarique fusible à 48° en acide élæostéarique fusible à 71° ne doit pas, comme le pensait Cloez, être attribuée à la seule influence de ce dissolvant, mais bien à celle du soufre libre qu'il renferme habituellement en dissolution. Une trace de ce métalloïde, ajoutée à l'huile normale ou à l'acide élæomargarique fondu, suffit en effet pour la provoquer, et l'on a là un moyen excellent pour préparer rapidement et à l'état pur l'acide fusible à 71°.

» L'iode agit de même, ce qui montre que la transformation dont il s'agit est en rapport avec la production passagère de quelque composé d'addition indéterminé.

» L'acide nitreux, ainsi d'ailleurs que le brome, donne lieu à une attaque plus profonde dont les produits n'ont pu être isolés; néanmoins il nous a paru logique de rapprocher cette influence du soufre de celle bien connue qu'exercent les produits nitreux sur l'acide oléique ou l'acide érucique. Si ce rapprochement est légitime, les acides élæomargarique et élæostéarique doivent être isomères et non polymères; c'est ce qui a lieu en effet, ainsi que nous avons pu nous en assurer par ébullioscopie dans l'éther : les poids moléculaires de ces deux corps ont été trouvés respectivement égaux à 295 et 294, c'est-à-dire identiques <sup>(2)</sup>.

» II. *Composition*. — L'analyse de ces produits présente de sérieuses difficultés, à cause de la rapidité avec laquelle ils s'oxydent, même à froid; il est d'ailleurs impossible d'établir leur véritable composition par voie indirecte, car ils ne fournissent aucun dérivé défini sous l'action des réactifs usuels : l'acide sulfurique et l'acide iodhydrique concentrés les charbonnent instantanément; le brome donne par addition directe un dibromure qui noircit dès qu'on évapore ses dissolutions; enfin, leurs combinaisons métalliques et leurs phénylhydrazides, qui sont cristallisables, s'altèrent aussi rapidement que les acides libres, sans offrir, par conséquent, de plus grandes garanties de pureté.

» Lorsqu'on analyse un produit simplement séché dans une cloche à vide ou dans une atmosphère d'acide carbonique, dont il est difficile d'éliminer les dernières traces d'oxygène, on arrive à des nombres qui concordent sensiblement avec la formule de

(1) CLOEZ, *Comptes rendus*, t. LXXXI, p. 469; LXXXII, p. 501 et LXXXIII, p. 943.

(2) Cette valeur dépasse notablement celle du poids moléculaire vrai de l'acide élæostéarique; l'écart tient à ce que l'expérience a porté sur des acides préparés sans précautions spéciales et qui, bien que maintenus dans une atmosphère d'acide carbonique, avaient déjà subi un commencement d'oxydation.



Cloez, mais si l'on a soin d'effectuer la dessiccation dans le vide de la trompe à mercure, en opérant sur un produit fraîchement cristallisé et assez vite pour qu'il ne s'écoule pas plus de 40 à 45 minutes entre le début de la dissolution dans l'alcool du corps brut et la mise en ampoules du corps pur, on trouve régulièrement 0,5 pour 100 de carbone en plus et à peu près autant d'hydrogène en moins <sup>(1)</sup>.

» Il en résulte que la véritable formule des acides en question doit s'écrire  $C^{18}H^{30}O^2$ , et, en conséquence, que ces corps doivent être rangés dans la série stéarique, à côté de l'acide linoléique qui, d'après Hazura, présente la même composition.

» III. *Oxydation*. — L'acide élæostéarique fusible à 71° est vivement attaqué par le permanganate de potassium; en opérant comme nous l'avons dit autrefois, à propos de l'oxydation de l'huile de ricin <sup>(2)</sup>, on voit se former à peu près uniquement de l'acide azélaïque, fusible à 105°-106°, et de l'acide valérianique normal, qui a été caractérisé sous forme d'éther éthylique, bouillant à 145°. Le reste de la molécule, qui comprend encore 4<sup>at</sup> de carbone, est entièrement détruit, ce qui laisse indécise la question de savoir si l'acide élæostéarique renferme deux ou trois liaisons multiples; en d'autres termes, s'il est éthylénique et acétylénique ou triéthylénique.

» Le seul fait certain qui découle des résultats précédents c'est que l'acide élæostéarique possède deux lacunes dans les positions 5 et 9.

» L'acide fusible à 48° donne, ainsi que nous l'avons expressément vérifié, les mêmes produits d'oxydation que son isomère.

» *Conclusions*. — 1° Les deux acides signalés par Cloez dans son étude de l'huile d'*Elæococca* sont des stéréoisomères, présentant entre eux les mêmes rapports qui existent entre l'acide oléique et l'acide élaïdique.

» 2° Ils appartiennent à la série stéarique et possèdent la même formule  $C^{18}H^{30}O^2$  que l'acide linoléique des huiles de lin et de chénevis.

» 3° Le nom d'*acide élæomargarique*, ne répondant plus à aucun des caractères du corps qu'il désigne, devra être désormais supprimé. Nous proposons de le remplacer par celui d'*acide élæostéarique*  $\alpha$ , tout en conservant pour son isomère fusible à 71° la dénomination adoptée par Cloez, à laquelle il suffira, pour éviter toute confusion, d'ajouter le symbole  $\beta$ .

CHIMIE ANIMALE. — *Sur la musculamine, base dérivée des muscles.*

Note de MM. A. ÉTARD et A. VILA, présentée par M. Roux.

« I. Depuis de nombreuses années on s'efforce de connaître la constitution chimique des groupes dont l'ensemble forme pendant la vie les tissus

(1) Carbone trouvé : 77,50 et 77,67; calculé : 77,70. Hydrogène trouvé : 10,89 et 10,86; calculé : 10,79. L'analyse a porté seulement sur l'acide fusible à 71°, qui paraît être un peu moins altérable que son isomère.

(2) *Bull. Soc. chim.*, 3<sup>e</sup> série, t. XXI, p. 1061.

et les humeurs de l'organisme. De ces études chimiques sortira quelque jour une connaissance plus complète des mutations cellulaires; aussi un intérêt particulier s'attache à l'isolement de matières nouvelles dérivées des protoplasmides. Après avoir hydrolysé du muscle de veau et séparé les matériaux connus tels que tyrosine, glyocolle, leucine et acide glutamique, il reste un sirop très complexe soluble dans l'alcool méthylique pur. L'acide phosphotungstique précipite abondamment ce sirop, mais ce dernier peut contenir bien des principes divers. Nous avons pensé que, parmi les alcaloïdes pouvant exister, une différence de basicité pourrait se manifester vis-à-vis du chlorure de benzoïle. En milieu anhydre selon la méthode de Gerhardt, le chlorure benzoïque réagit avec trop d'intensité. La même réaction en solution potassique (Schotten-Baumann) ne nous a pas donné de résultats très pratiques.

» Il nous a paru préférable de mélanger une solution de notre matière avec des cristaux d'hydrate de baryum qui, en se dissolvant en présence de doses successives de chlorure de benzoïle, maintient le mélange froid et en tout cas forme moins vite de l'acide benzoïque.

» Dans ces conditions il se fait rapidement par agitation une masse caséuse légère de dérivé benzoïlé facile à séparer par filtration des matériaux organiques en solution alcaline et de benzoate de baryum très soluble.

» Il est à remarquer qu'on sépare autant de produit benzoïlé, sinon plus, que de leucine. En tout cas la séparation est assurément plus aisée.

« Par l'action de l'eau bouillante alcaline on amène le dérivé benzoïlé à l'état de fines aiguilles dont la solubilité à froid n'est plus que de 0,15 pour 100.

Analyse.	I.	II.	III.	IV.	Calculé pour $C^{29}H^{33}Az^3O^3$ .
C. ....	73,3	73,6	73,5	73,4	73,8
H. ....	7,1	7,0	7,1	7,6	7,0
Az. ....	8,7	8,8	8,6		8,9

» Le nouveau dérivé benzoïlé est soluble dans l'alcool et les échantillons I et II n'ont été purifiés que par ce moyen. La purification par l'eau a fourni l'analyse IV. Enfin, propriété remarquable, ce corps bout sans décomposition notable au-dessus de  $360^{\circ}$  alors que le verre déjà mou teinte la flamme en jaune. C'est là un moyen de purification rapide, car la matière distillée recristallise bientôt et se dissout dans l'eau, elle a servi à établir l'analyse III.

» Le dérivé caractérisé par les nombres ci-dessus soumis à l'hydrolyse a donné une quantité d'acide benzoïque compatible seulement avec la formule d'un trisubstitué, et dès lors l'alcaloïde isolé du muscle doit avoir la formule  $C^8H^{21}Az^3$ . Cette première partie du travail se suffit à elle-même. Il existe une base en  $Az^3$  non oxygénée. Nous avons eu 400<sup>s</sup> de son tribenzoïlé.

» II. Une nouvelle quantité de benzoïle dérivé a été hydrolysée et la base libre isolée par l'éther d'une solution très riche en soude.

» C'est un liquide épais, très soluble dans l'eau, d'odeur spermatique, se carbonatant énergiquement à l'air. Son chlorhydrate cristallise fort bien et correspond à la formule  $C^8H^{21}Az^3, 3HCl$ . Le chlorure de platine en présence d'un excès de chlorhydrate a donné des cristaux volumineux, couleur de bichromate de potasse; avec un excès de sel de platine on a obtenu un précipité immédiat d'aiguilles mordorées. Tous deux ont même composition :

	Analyse.		Calculé pour $C^8H^{21}Az^3, 3HCl$ .
C.....	11,3	11,7	12,4
H.....	2,6	3,0	3,1
Pt.....	37,6	36,9	37,5

» Par une seconde voie, indépendante, on démontre que la nouvelle base, qui peut se nommer provisoirement *musculamine*, est triazotée, les trois azotes agissant de même que trois (OH) dans une glycérine. Une comparaison directe avec l'arginine a montré qu'il n'y avait pas identité. Il est possible que notre base n'ait pas de relations avec le groupe guanidique; ce serait le premier exemple d'une triamine parmi les produits biologiques. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur l'origine de la coloration naturelle des soies de Lépidoptères*. Note de MM. D. LEVRAT et A. CONTE, présentée par M. Alfred Giard.

« Chez la plupart des chenilles de Lépidoptères, le produit de la sécrétion des glandes séricigènes est incolore; lorsqu'il est coloré, il l'est en jaune ou en vert. Nous nous sommes demandé quelle pouvait être l'origine de ces pigments jaunes et verts. Sont-ils fabriqués de toutes pièces par l'animal ou sont-ils simplement puisés dans la feuille dont il se nourrit ?

» La première de ces hypothèses est généralement admise depuis que les travaux d'Alessandrini, Joly, R. Dubois et L. Blanc ont montré qu'il était impossible à une matière colorante contenue dans l'intestin d'arriver jusqu'à la soie. Les résultats contraires signalés par Bonafous, E. Blanchard, Roulin et Villon ont été niés d'une façon absolue et seraient la conséquence d'une souillure du fil de soie à sa sortie de la filière.

» Si les matières colorantes employées jusqu'ici ne traversent pas facilement les parois du réservoir soyeux, en est-il de même pour tous les principes colorés et pour tous les vers à soie ? C'est pour répondre à cette question que nous avons entrepris de nouvelles expériences.



» Nos essais ont porté sur une espèce sauvage, l'*Attacus Orizaba* (Westwood) et une domestique, le *Bombyx Mori* (race française à soie jaune et race polyvoltine de Chine à soie blanche). Les matières colorantes utilisées étaient le rouge neutre (rouge de toluylène), le bleu de méthylène BX et l'acide picrique.

» 1. *Attacus Orizaba*. — Trente chenilles, nées le 16 juin 1902, ont été divisées en plusieurs lots et élevées sur des branches de troène dont on avait badigeonné les feuilles avec une solution aqueuse de la matière colorante.

» Dans un lot, neuf chenilles ont reçu dès leur naissance des feuilles imprégnées de rouge neutre; elles les ont mangées sans manifester aucune répugnance et se sont développées normalement. La teinte générale du corps rouge foncé indiquait la présence de la matière colorante dans le sang.

» Dans le but d'éviter à la soie toute cause de souillure, les larves, au moment du coconnage, ont été soigneusement lavées sous un filet d'eau et transportées sur des branches fraîchement cueillies.

» La soie, au sortir de la filière, est teinte en rose et le cocon tout entier présente une belle coloration rouge.

» Deux chenilles du lot ci-dessus ont été isolées à la quatrième mue et nourries pendant tout le dernier âge avec des feuilles dépourvues de rouge neutre. Ces chenilles se sont peu à peu décolorées, et la soie qu'elles ont filée était à peine teintée en rose.

» Quatre autres chenilles ayant mangé des feuilles naturelles jusqu'à la quatrième mue reçoivent une nourriture colorée pendant le cinquième âge seulement et fournissent des cocons aussi rouges que ceux du premier lot, dont les chenilles avaient absorbé du rouge pendant toute la durée de la vie larvaire.

» Des chenilles élevées sur du bleu de méthylène semblent manger les feuilles avec moins d'avidité, leur développement se trouve ralenti et elles sécrètent une soie moins abondante et légèrement bleutée.

» Enfin un dernier lot d'*Attacus Orizaba*, nourri avec des feuilles de troène trempées dans une solution d'acide picrique, donne des cocons dont la soie est blanche.

» Ainsi, nous voyons que le rouge neutre passe facilement par osmose à travers les tissus tandis que le bleu de méthylène ne les traverse qu'avec difficulté et que l'acide picrique est complètement arrêté.

» Pour répondre d'une façon rigoureuse aux critiques inspirées par l'hypothèse d'une coloration superficielle du fil de soie à la suite de souillures possibles de la filière, nous avons fait à deux chenilles prêtes à filer des injections de rouge neutre dans l'avant-dernière fausse patte gauche; ces chenilles se sont instantanément colorées en rouge, et, sans paraître le moins du monde incommodées, se sont mises à filer une soie légèrement rosée.

» 2. *Bombyx Mori*. — Les mêmes expériences ont été faites sur deux races de *Bombyx Mori*, l'une à soie jaune, l'autre à soie blanche. Dans les deux cas, les chenilles se colorent en rouge violacé aussitôt après le premier repas et donnent une

soie jaune orangé vif pour les premières et d'un beau rose pur pour les vers à soie blanche. La coloration s'accroît avec la durée de l'alimentation colorée.

» Ce fait montre que le passage de la matière colorante à travers la glande séricigène se fait moins facilement que chez l'*A. Orizaba*. Le résultat sera-t-il le même après plusieurs générations soumises à ce régime artificiel? C'est ce dont nous nous assurerons.

» De ces recherches il résulte la possibilité de faire passer une substance, matière colorante par exemple, du tube digestif sur la soie par l'intermédiaire du sang.

» Cette conclusion permet de chercher l'origine de la coloration naturelle des soies dans la matière colorante verte des feuilles.

» Une soie est blanche parce qu'aucune matière colorante n'a pu franchir les parois du réservoir. Dans les soies vertes c'est la chlorophylle des feuilles qui intervient; nous avons, en effet, constaté que, dans une espèce à soie verte, l'*Antheraea Yama Mai* (Guérin-Méneville), le sang fournit le spectre de la chlorophylle. Le pigment jaune contenu dans le sang des espèces à soie jaune est identique, comme l'ont déjà montré R. Dubois et L. Blanc, à celui des feuilles de mûrier et provient directement de ces feuilles.

» Il n'y a pas lieu de supposer que la matière colorante des soies puisse être fabriquée par l'animal lui-même, comme les résultats négatifs des essais de coloration artificielle avaient conduit à l'admettre. »

ZOOLOGIE. — *Sur le genre nouveau Gyrinocheilus, de la famille des Cyprinidæ.* Note de M. LÉON VAILLANT, présentée par M. Edm. Perrier.

« Ce Cyprinoïde fait partie des collections rassemblées par M. le Dr J. Büttikofer en 1893 et 1894 à Bornéo, collections dont le Musée de Leyde a bien voulu me confier l'examen. Il a été trouvé à l'embouchure du Raoen, cours d'eau torrentiel des parties hautes du Kapoéas, presque au centre de l'île. Son aspect le rapproche des *Discognathus*, surtout par la disposition des nageoires placées horizontalement à la partie inférieure du corps pour servir d'organes d'adhérence. »

» La conformation de la bouche offre certaines analogies avec celles de ces mêmes Poissons, tout en présentant des particularités absolument spéciales. Les deux lèvres forment une sorte de double voile antérieur et postérieur; mais ce qui leur donne un caractère tout à fait à part, c'est qu'elles sont l'une et l'autre chargées d'une quantité innom-

brable de papilles minuscules de  $0^{\text{mm}},5$  de haut sur  $0^{\text{mm}},3$  de large, disposées en séries moniliformes sur plus d'une vingtaine de rangs. Chacune de ces papilles est coiffée d'une gaine chitineuse. Au fond de l'infundibulum formé par ces lèvres se trouve la bouche petite, triangulaire, peu dilatable. Par plusieurs de ces détails, cet ensemble rappelle l'appareil buccal du têtard des Batraciens anoures.

» Le tube digestif est très étroit, d'une longueur démesurée, quatorze fois environ celle du corps, indiquant par plusieurs caractères un régime limnophage.

» L'appareil respiratoire n'est pas moins singulier. Le battant operculaire offre une disposition tout à fait particulière. Son bord libre se décompose en deux parties. Dans son tiers supérieur une échancrure concave postérieurement laisse un vide entre elle et la ceinture scapulaire; ce vide est occupé par une membrane dirigée obliquement en dedans, de manière à former une valvule qui permet l'entrée, mais s'oppose à la sortie de l'eau. La partie inférieure du battant conserve sa structure et l'usage qu'on lui connaît chez les Poissons en général, c'est-à-dire exactement inverse de celui de la valvule supérieure. On comprend, d'après cette disposition anatomique, que, lors de l'écartement de cet opercule, l'eau pénètre d'abord par l'orifice supérieur pour arriver aux branchies, puis, lors du mouvement contraire, l'orifice supérieur se ferme par le relèvement de la valvule et l'eau, soulevant le prolongement cutané de la partie inférieure, s'échappe au dehors. Une circulation du fluide respiratoire peut s'établir ainsi, sans que l'entrée par la bouche soit nécessaire; c'est ce que l'on connaît chez divers Ganoïdes et chez certains Elasmobranches, les Raies en particulier, par le jeu de l'évent, combiné avec celui de l'orifice ou des orifices branchiaux externes, mais une disposition analogue n'avait jamais été signalée chez les Téléostéens.

» Cette interprétation physiologique est confirmée par l'examen de l'appareil branchial. Chaque lame respiratoire, en outre des ratelures ou trachéaux antérieurs, constitués ici par de fines lamelles étroitement empilées, en présente de supplémentaires, ceux-ci en forme de simples épines, placés à son bord supérieur, précisément à la limite entre la chambre de l'évent et la véritable chambre branchiale. La présence de ces trachéaux supplémentaires prouve à elle seule qu'une pénétration de l'eau a lieu en ce point. Le *Gyrinocheilus* doit se fixer par sa ventouse buccale pour absorber la vase, dont il fait sa nourriture; cette opération plus ou moins laborieuse empêchant la respiration normale de s'effectuer par la bouche, la disposition spéciale de l'appareil operculaire y supplée en établissant une circulation respiratoire auxiliaire.

» Pour expliquer la présence de l'évent chez les Elasmobranches hypotrèmes, les Raies en particulier, où il se montre avec un grand développement et peut être facilement étudié, on a pensé que le mode habituel de station pour ces animaux sur le sol, en gênant l'entrée de l'eau par la bouche, nécessitait l'existence d'une seconde voie inspiraculaire. Le *Gyrinocheilus* nous montre que cette disposition anatomique peut avoir sa raison d'être dans des nécessités biologiques, en rapport avec la préhension des aliments et la déglutition; ceci pourra jeter quelque jour sur l'usage de cet appareil chez certains Squales pleurotrèmes; chez certains Ganoïdes, où l'évent n'est pas moins développé que chez les Raies et qui, essentiellement nageurs, n'ont pas le mode de station de celles-ci.

» L'appareil pneumatophysaire, proportionnellement peu développé, mais d'une étude facile en raison du volume de l'exemplaire, qui ne mesure pas moins de



$280^{\text{mm}} + 75^{\text{mm}} = 355^{\text{mm}}$  de longueur, se compose, pour ce qui est de la vessie natale proprement dite, de deux parties : l'une antérieure, à peu près sphérique, de  $6^{\text{mm}}$  de long sur  $10^{\text{mm}}$  de large, fixée à la région occipitale, l'autre postérieure, en forme de cul-de-sac cylindrique, d'environ  $10^{\text{mm}}$  de long sur  $1^{\text{mm}}$  à  $2^{\text{mm}}$  de large ; à leur jonction naît le canal pneumatophore. L'ensemble de cet appareil rappelle en somme celui des *Cobitis*, moins la capsule osseuse et avec un développement plus accusé de l'*appendix vesiculosa* de Weber, vestige lui-même du second sac habituel chez les Cyprinoïdes proprement dits.

» La place des *Gyrinocheilus* dans la section des *Homalopterina*, intermédiaire à celles des *Cyprinina* et des *Cobitidina*, paraît justifiée par ces considérations anatomiques. »

ZOOLOGIE. — *Contribution à l'étude des Anopheles de l'isthme de Suez.*

Note de M. CAMBOULIU, présentée par M. Laveran.

« Depuis la découverte capitale de l'Hématozoaire du Paludisme qui a permis d'établir la *théorie anophélienne* de la propagation de ce parasite, il est devenu indispensable, pour bien étayer la prophylaxie de la fièvre intermittente, de déterminer les espèces d'*Anopheles* particulières à chaque région et de connaître leurs mœurs. Les espèces que nous avons rencontrées jusqu'ici dans l'isthme de Suez sont au nombre de trois.

» *Première espèce.* — Il s'agit d'un petit Culicide, couleur marron, long de  $5^{\text{mm}}$  à  $6^{\text{mm}}$ , bossu comme les *Culex* dont il imite si bien les attitudes qu'il est difficile de l'en distinguer, à première vue. Ses principaux caractères peuvent être résumés comme il suit. Nous n'avons vu que des femelles.

» Trompe noire, à olive beige, sensiblement plus courte que les palpes ; ceux-ci portent de minces anneaux blonds sur les trois dernières articulations et un petit bouquet de poils noirs à l'extrémité distale du dernier article.

» Ailes gris clair, transparentes, avec six petites taches noires entrecoupant le costa et les premières nervures. Nombreuses traînées bleu et or le long des autres nervures et des espaces intercalaires, visibles plutôt sur fond noir.

» Pattes sombres, sans dessins, taches beiges aux genoux. Ongles : oo-oo-oo.

» Abdomen hérissé de longs poils, sans écailles ; segments un peu plus colorés en dehors.

» Nous avons recueilli une autre femelle d'*Anopheles* très semblable à celle-ci, mais qui avait le dernier article des palpes clair, les taches des ailes plus longues, des anneaux blancs à cheval sur les deux premières articulations tarsiennes, et le cinquième article clair ; des bandes foncées encerclant la moitié externe des segments de l'abdomen.

» Ces deux Culicides, qui nous semblent être des variétés d'une même espèce, sont

voisins de *A. culicifacies* Giles, cependant ils possèdent assez de caractères spécifiques pour mériter une place à part et nous proposons de les appeler *Anopheles multicolor*  $\alpha$  et  $\beta$ .

» *Deuxième espèce.* — Culicide très noir dans son ensemble. ♀ 8<sup>mm</sup> de long; ♂ inconnu.

» Tête et ses appendices uniformément noirs.

» Palpes un peu plus courts que la trompe, très squameux, avec un léger anneau blanc à cheval sur la troisième articulation et une tache claire à l'extrémité apicale du dernier article. Moitié externe de l'aile entièrement sombre, sauf une petite tache jaune sur le costa, un peu en dehors de son milieu, et une autre qui coupe plus loin le costa et les deuxième et troisième nervures.

» Fémur de la première paire de pattes en forme de massue. Extrémités apicales des tibias et des trois premiers articles du tarse cerclés de blanc; quatrième et cinquième articles des tarses des pattes postérieures entièrement blancs. Ongles : 00-00-00.

» Ce Culicide présente plusieurs caractères qui le rapprochent de *Anopheles Theobaldi* Giles.

» *Troisième espèce.* — Il s'agit de *A. Pharoensis* Theobald. Nous avons pu étudier cette espèce *ab ovo* et compléter, sur plusieurs points, les descriptions qui en ont été déjà données.

» La femelle de *A. Pharoensis* dépose sur l'eau, en ordre éparpillé, 150 à 200 œufs fusiformes, gris clair. Les larves se développent très bien dans un bocal d'eau claire additionnée de limon du Nil et de végétaux frais. Elles se métamorphosent en nymphes, après 11 jours, à une température minima de 20°, beaucoup plus lentement au-dessous. Elles atteignent 5<sup>mm</sup> à 6<sup>mm</sup> de long. Les six anneaux intermédiaires de l'abdomen des larves sont garnis, de chaque côté de la ligne médiane, d'un bouquet qui bien étalé et grossi ressemble à une fleur de lotus. Les nymphes évoluent en 2 ou 3 jours, les mâles d'abord.

» *A. Pharoensis* ailé est un Culicide à coloration générale grisâtre, plus claire chez ♂. Il a une forme fuselée et ses appendices buccaux redressés lui donnent un air menaçant. ♀ 8<sup>mm</sup> de long, ♂ 10<sup>mm</sup>.

» Front large, yeux écartés en dessus.

» Palpes de la femelle moins grands que la trompe de la longueur de l'olive; ceux du mâle de même dimension que la trompe et s'écartant à la manière d'une lyre, à partir de leur milieu. Leurs bords latéraux sont garnis de squames perpendiculaires à l'axe qui les font paraître plus larges.

» Thorax : gris cendré, avec trois raies longitudinales et deux taches de couleur brune très caractéristiques.

» Pattes : anneaux clairs aux extrémités distales des trois premiers articles tarsiens et une large bande blanche couvrant la moitié du quatrième article tarsien et tout le cinquième, aux pattes postérieures. Ongles ♀ 00 — 00 — 00; ♂ 2 — 00 — 00.

» Ailes grises avec six taches noires sur le bord antérieur.

» Abdomen marron, couvert de squames qui s'accumulent en touffes sur les flancs des six anneaux médians.

» *A. Pharoensis* attaque à toute heure, mais de préférence au coucher du soleil; sa piqure est très cuisante.

» Après des recherches multipliées, nous nous croyons autorisé à exprimer l'opinion que les *A. Pharoensis* peuvent être transportés en masses, par les grands vents, à des distances de 20<sup>km</sup> à 30<sup>km</sup>, lorsque aucun obstacle ne s'y oppose. Cette proposition heurte, nous le savons, les convictions les plus autorisées et demanderait à être démontrée, mais cela nous entraînerait à des développements qui ne peuvent pas prendre place dans cette Note; nous reviendrons sur cette question dans un travail ultérieur. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Conditions physiques de la tubérisation chez les végétaux*. Note de M. NOËL BERNARD, présentée par M. Gaston Bonnier.

« E. Laurent a signalé incidemment, dans ses *Recherches expérimentales sur la formation d'amidon dans les plantes*, qu'on pouvait obtenir le développement en tubercules des bourgeons d'une tige aérienne de pomme de terre coupée et plongée par sa base dans une solution de saccharose suffisamment concentrée. Les boutures ainsi traitées peuvent vivre plus d'un mois sans développer de racines; elles absorbent directement la solution dans laquelle elles plongent par l'ouverture de leurs vaisseaux sectionnés. L'expérience réussit encore quand on assure par des procédés convenables l'aseptie de la solution et de la partie de la tige qui s'y trouve plongée.

» La théorie parasitaire des phénomènes de tubérisation chez les végétaux, que j'ai antérieurement développée, et qui consiste à admettre que « le développement des bourgeons en tubercules est le symptôme apparent » d'une modification générale du milieu intérieur d'une plante par l'action « de champignons endophytes vivant dans ses organes absorbants », se trouve en apparence contradictoire avec ce cas. J'ai repris de semblables expériences et me propose ici de préciser, d'étendre et d'interpréter leur résultat.

» J'ai expérimenté avec des pommes de terre de la variété précoce dite *Victor*; chacune était plongée par sa base dans un flacon contenant 50<sup>cm</sup><sup>3</sup> de la solution employée, après qu'on avait coupé le bourgeon terminal, et toutes les boutures d'une même série d'expériences étaient mises ensemble sous une grande cloche, à la lumière diffuse, dans une serre dont la température restait comprise entre 15° et 20°.

» Je me suis borné, pour maintenir la constance des propriétés des solutions employées, à les renouveler fréquemment et à couper la portion immergée des boutures pour immerger une portion nouvelle, chaque fois que des moisissures s'y développaient en quantité appréciable. La durée des expériences est de 15 jours à un mois.



» 1° En employant des solutions aqueuses de saccharose, de glucose, de glycérine et de chlorure de potassium, j'ai reconnu qu'on pouvait obtenir, *avec toutes ces substances*, des tubercules sur les boutures qui y sont plongées. Il existe pour chacune une *concentration critique* au-dessous de laquelle on obtient régulièrement le développement des bourgeons en rameaux feuillés et au-dessus de laquelle on obtient toujours des tubercules. La concentration minimum nécessaire pour l'obtention des tubercules varie avec diverses circonstances et notamment paraît diminuer quand on prend (pour plusieurs séries d'expériences faites avec les solutions d'une même substance) des boutures sur des pieds de plus en plus âgés.

» 2° Je me suis proposé de comparer les concentrations critiques pour différentes solutions en opérant sur des boutures aussi exactement comparables qu'il est possible. Pour cela j'ai récolté les tiges à mettre en expérience au même moment (2 juillet 1902) sur des plantes de même âge (47 jours) provenant de la plantation d'un lot de tubercules qui avaient été récoltés en 1901 sur un même pied. Les substances employées ont été le glucose et le chlorure de potassium; j'ai fait de chacune une série de solutions de concentrations graduellement croissantes. J'ai pu ainsi déterminer pour chacune une limite inférieure et une limite supérieure de la concentration critique qui correspondent respectivement à la plus concentrée des solutions où l'on obtient le développement des bourgeons en rameaux feuillés et à la moins concentrée de celles où l'on obtient le développement des bourgeons en tubercules. Les données relatives à ces concentrations critiques, seules utiles à reproduire, sont indiquées dans le Tableau suivant :

	Glucose.		Chlorure de potassium.	
	Limite inférieure.	Limite supérieure.	Limite inférieure.	Limite supérieure.
Poids dissous dans 1000 <sup>vol</sup> de solution...	1 <sup>g</sup> , 8	2 <sup>g</sup> , 7	0 <sup>g</sup> , 49	0 <sup>g</sup> , 73
Abaissement du point de congélation de la solution.....	0 <sup>g</sup> , 22	0 <sup>g</sup> , 33	0 <sup>g</sup> , 24	0 <sup>g</sup> , 36

» Les valeurs limites des points de congélation sont assez rapprochées pour qu'on puisse admettre que *le point de congélation de la solution critique est le même dans les deux cas*; l'incertitude possible de un dixième de degré paraît inévitable dans de semblables expériences.

» Ces expériences m'amènent à conclure que l'obtention expérimentale de tubercules, sur des boutures plongées dans une solution à partir de laquelle se constitue directement leur milieu intérieur, paraît dépendre non des propriétés spécifiques de la substance dissoute, mais de la concentration de la solution en substances dissoutes quelles qu'elles soient. Des solutions renfermant le même nombre d'unités physiques (molécules ou ions), ayant le même point de congélation et, par suite, la même tension de vapeur et la même pression osmotique, agissent de la même manière pour des boutures comparables.

» Il devient, dès lors, vraisemblable que la tubérisation des bourgeons

sur une plante, à un moment déterminé de sa vie, dépend *immédiatement* de la réalisation d'un certain degré de concentration de la sève qui les nourrit en substances dissoutes quelles qu'elles soient.

» La présence, dans les tissus de la plante, de parasites capables de provoquer par leurs sécrétions diastatiques le dédoublement d'édifices moléculaires complexes et d'augmenter ainsi le nombre des unités physiques du milieu est une des conditions qui peuvent amener cet état. Dans les conditions naturelles de la vie cette action peut être prépondérante, et paraît l'être au moins dans certains cas.

» Mais il devient logique de penser que d'autres conditions, en particulier celles qui règlent la transpiration, puissent intervenir. L'expérience de E. Laurent n'est pas contradictoire avec la théorie parasitaire que j'ai proposée; elle amène, au plus, à croire qu'il peut être aussi difficile de coordonner, par une théorie *exclusivement* parasitaire, les phénomènes de prolifération et d'hypertrophie cellulaire qui aboutissent chez les végétaux à la formation de tubercules qu'il l'a été, jusqu'à présent, d'édifier une théorie parasitaire générale des tumeurs chez les animaux. »

BOTANIQUE. — *Observations sur la germination des spores du Saccharomyces Ludwigii*. Note de M. A. GUILLIERMOND, présentée par M. Gaston Bonnier.

« Hansen <sup>(1)</sup> a constaté, dans les spores du *S. Ludwigii*, un mode de germination très particulier qui diffère de celui de toutes les autres levures; les spores, au lieu de bourgeonner en des endroits quelconques à la façon des cellules végétatives, germent en un seul point en produisant un tube germinatif qu'il désigne sous le nom de *promycélium*; c'est de ce promycélium, lorsqu'il a atteint une certaine longueur, que naissent les nouvelles cellules par formation de cloisons médianes. En outre, presque constamment les spores *se fusionnent deux à deux* avant de donner ce promycélium. L'auteur, n'ayant pas étudié le noyau, n'a pas pu donner une interprétation certaine sur la signification biologique de ce phénomène. Cependant, cette fusion servirait, d'après lui, « à mettre les spores en état de développer un » nombre relativement plus grand de cellules de levures; on ne saurait la » considérer comme un véritable acte sexuel ».

---

(<sup>1</sup>) HANSEN, *Sur la germination des spores chez les Saccharomyces* (*Comptes rendus des travaux du laboratoire de Carlsberg*, 3<sup>e</sup> Vol., 1<sup>re</sup> Livr.; 1891).

» Nous avons montré dans une précédente Note (1) que cette fusion n'avait pas le caractère général que lui attribuait Hansen et qu'il existait des *variétés de S. Ludwigii qui avaient complètement perdu cette singulière propriété*. Nous en avons, en effet, étudié une dont les spores produisaient toujours isolément leur promycélium sans jamais subir de fusion. Depuis, M. le professeur Momsen a eu l'obligeance de nous envoyer une autre variété dans laquelle nous avons constaté ces phénomènes de fusion. Cette dernière différait peu de la précédente; ses cellules étaient cependant plus allongées et de formes plus irrégulières; mais, tandis que la première sporulait très difficilement, celle-ci ne fournissait que très peu de spores; il n'y avait guère que 10 pour 100 des cellules qui se transformaient en asques.

» Nous avons suivi la germination de cette levure. Elle s'effectue suivant le mode décrit par Hansen; les spores, ordinairement au nombre de quatre dans chaque asque et disposées par groupe de deux, se gonflent, puis se *fusionnent deux à deux*: chacune produit un petit bec et les deux becs formés par deux spores d'un même groupe se soudent; la cloison qui les sépare se résorbe, ce qui détermine ainsi un canal de communication. Dans la suite, le canal de communication s'allonge et donne naissance au promycélium. Le plus souvent cette fusion s'établit entre deux spores d'un même groupe; exceptionnellement, par suite de dégénérescence de l'une d'elles, la fusion peut s'accomplir entre des spores non contiguës; parfois même nous avons observé des fusions entre spores appartenant à des asques différents, voisins l'un de l'autre.

» Ces phénomènes de fusion étaient très généraux et s'effectuaient presque constamment pendant la germination des spores; quelques spores cependant naissaient isolément.

» Nous nous sommes attaché particulièrement à nous rendre compte de la *façon dont se comporte le noyau* pendant ce phénomène. Chacune des spores, au moment de germer, possède un noyau sous forme d'une petite masse sphérique et homogène, accolée à la membrane, et une vacuole renfermant un certain nombre de grains rouges de Bütschli: au moment où elles se préparent à la fusion, le noyau se porte ordinairement dans le petit bec, puis l'on trouve des stades avec deux noyaux séparés par la cloison, et d'autres où, cette cloison étant dissoute, il n'existe plus qu'un *seul noyau*. Les vacuoles subsistent dans les deux spores et le canal de communication est ordinairement rempli d'un cytoplasme très dense, qui ne se vacuolise que plus tard, lorsque le promycélium commence à se former. Le noyau unique reste quelque temps au milieu du canal de communication, et ce n'est que lorsque le promycélium a atteint une certaine longueur qu'il s'y engage et se divise pour donner naissance aux nouvelles cellules.

---

(1) GUILLIERMOND, *Considérations sur la sexualité des levures* (Comptes rendus, 23 décembre 1901). *Recherches cytologiques sur les levures* (Thèse de Doctorat de la Faculté des Sciences de Paris; 1902).



» Les colorations présentent de sérieuses difficultés, par suite du petit nombre des spores, de la petitesse des spores et du noyau; néanmoins, nous avons obtenu, à l'aide de l'hématoxyline de Heidenhain, des préparations très nettes, et nous avons pu contrôler les résultats ainsi obtenus avec l'hémalun. Ce réactif différencie bien le noyau, qui se colore en bleu mat, des grains rouges qui prennent une teinte rouge vineux. Il ne paraît donc y avoir aucun doute sur la fusion nucléaire; l'existence de stades à un seul noyau après la résorption de la cloison séparatrice ne peut s'expliquer autrement, et il semble bien qu'on doive considérer ces phénomènes de fusion, non comme de simples anastomoses, telles qu'on en rencontre souvent chez certains champignons, mais comme une véritable *conjugaison par isogamie*.

» Nous avons signalé antérieurement des phénomènes de conjugaison précédant la formation de l'asque dans les Schizosaccharomycètes. Barker, de son côté, en a constaté d'analogues dans son *Zygosaccharomyces*. Le *S. Ludwigii* subit un acte sexuel qui s'effectue par un procédé très voisin, mais qui, au lieu de s'opérer avant le développement de l'asque, s'accomplit à un stade ultérieur entre les spores.

» Quelque étranges que puissent nous paraître ces faits, ils n'ont cependant rien qui doive nous surprendre outre mesure, car des exemples de conjugaisons, se produisant dans un même groupe à des stades différents du développement, ont été déjà observés chez les Protozoaires. »

BOTANIQUE. — *Sur le pollen des Asclépiadées*. Note de M. PAUL DOP, présentée par M. Gaston Bonnier.

« J'ai étudié le développement du pollen et la formation des pollinies dans les Asclépiadées suivantes : *Asclepias mexicana* Cav., *Vincetoxicum nigrum* Moench, *Gomphocarpus fruticosus* R. Br., *Marsdenia erecta* R. Br., *Araujia abbeus* L., *Stapelia variegata* L. Pour toutes ces plantes, en employant des méthodes de coloration nouvelles, j'ai obtenu des résultats comparables à ceux que M. Chauveaud (1) a obtenus dans l'étude du *Vincetoxicum officinale*.

» Contrairement à l'opinion de Corry (2), qui faisait dériver les cellules

---

(1) G. CHAUVEAUD, *De la reproduction chez les Dompte-Venin* (Thèse de Doct. en médecine de la Faculté de Paris, 1892).

(2) CORRY, *On the mode of development of the pollinium in Asclepias* Cornuti (*The Transac. of the Linn. Soc. of London*, Vol. II, 1884).— *On the structure and development of the gymnostegium, and the mode of fertilization in Asclepias* Cornuti (*Transac.*, Vol. II).

mères primordiales du pollen, dans le genre *Asclepias*, du cloisonnement d'une cellule unique l'*archesporium*, j'ai établi que ces cellules provenaient, dans tous les cas étudiés, du cloisonnement de plusieurs cellules d'une assise sous-épidermique, comme M. Chauveaud l'a déjà montré dans le *Vincetoxicum officinale*.

» Le nombre des cellules mères primordiales ainsi différenciées est variable; on en trouve, sur une section transversale, trois ou quatre dans les *G. Vincetoxicum*, *Asclepias*, *Gomphocarpus* et *Marsdenia*; huit à dix dans les *G. Stapelia* et *Araujia*. Ces cellules se divisent directement par cloisonnements successifs, comme chez les Monocotylédones, en quatre cellules filles qui deviennent les grains de pollen. Ce cloisonnement se fait suivant deux modes : dans les *G. Asclepias*, *Vincetoxicum*, *Gomphocarpus* et *Marsdenia*, des cloisons tangentielles et radiales, par rapport à l'axe de la fleur, découpent des grains de pollen parallélipédiques. Dans les *G. Stapelia* et *Araujia* il n'existe jamais de cloisons tangentielles.

» J'ai observé uniquement des cloisons radiales, les unes passant par les axes de la fleur, les autres perpendiculaires à cet axe. Il en résulte que les grains de pollen ont la forme de prismes allongés de la face ventrale à la face dorsale du sac pollinique et que leurs noyaux sont tous situés dans un plan qui divise le sac pollinique en deux parties symétriques, une dorsale et une ventrale. Dans les deux cas, les parois mitoyennes de ces grains ne se dédoublent jamais, de telle sorte que l'ensemble de la pollinie forme un véritable massif cellulaire dans chacun des deux sacs de l'étamine.

» La formation des parties annexes de la pollinie se fait de la façon suivante : l'enveloppe cireuse est sécrétée par les cellules de l'assise nourricière, qui jouent ainsi un double rôle. Formée d'une seule couche de cellules dans les genres *Vincetoxicum*, *Asclepias* et *Stapelia*, cette assise comprend trois ou quatre couches dans le genre *Marsdenia* et cinq ou six dans les genres *Araujia* et *Gomphocarpus*. Ces cellules, de forme irrégulière, présentent à l'état jeune un protoplasma épais, qui se colore vivement par l'hématoxyline, ainsi qu'un noyau volumineux.

» Quand ces cellules ont acquis leurs dimensions définitives, l'action de certains réactifs, du Sudau III en particulier, permet de reconnaître dans leur protoplasma la présence d'une matière cireuse qui n'existe jamais dans le pollen et qui se retrouve plus tard à l'extérieur de l'assise nourricière intimement accolée contre le pollen. Cette substance est donc sécrétée par le protoplasma des cellules de l'assise nourricière; elle traverse leur membrane et vient constituer le revêtement de la pollinie. Ce n'est ni de la callose, ni de la pectose, car elle ne se colore ni par le bleu d'aniline, ni par le bleu brillant, ni par le rouge de ruthénium. Par contre, la coloration rouge qu'elle prend sous l'action du Sudau III montre qu'elle est formée par des éthers d'acides gras, c'est-à-dire qu'elle est analogue à une cire.

» Après cette sécrétion, le contenu de la cellule s'éclaircit; il prend, sous l'action de l'hématoxyline, une teinte gris clair et son noyau se fragmente en petits grains chromatiques épars çà et là. Finalement la cellule se détruit. C'est là d'ailleurs un phénomène normal dans toutes les assises nourricières.

» Les caudicules et les rétinacles sont sécrétés par des cellules épidermiques du

stigmate, dont la disposition est en rapport avec la forme des pollinies. C'est ainsi que dans les genres à pollinies pendantes (*Araujia*, *Gomphocarpus*, *Asclepias*, *Vincetoxicum*) les cellules qui sécrètent les rétinacles sont placées soit sur les faces du stigmate, soit sur des expansions de ce dernier, mais toujours au-dessus des sacs polliniques. Dans les genres à pollinies dressées (*Marsdenia*, *Stapelia*) le tissu sécréteur est placé au-dessous des sacs polliniques. Les cellules qui constituent ce tissu sont des cellules épidermiques allongées radialement de façon à prendre l'aspect d'un parenchyme en palissade. La substance sécrétée par le protoplasma, colorable d'ailleurs à l'intérieur des cellules par le Sudau III, s'accumule dans la zone externe, reléguant le noyau à la partie basale. Ce déplacement du noyau est surtout net dans les cellules qui sécrètent les parties les plus épaisses, c'est-à-dire les rétinacles. Après l'expulsion, au travers de la membrane, de la matière cireuse qui est analogue à celle qui entoure les pollinies, les cellules ne meurent pas immédiatement; elles vivent un certain temps, mais leur noyau finit par se fragmenter. Sécrités par des bandes de cellules analogues, les caudicules se développent jusqu'au contact des sacs polliniques. La déhiscence de l'étamine s'accomplit toujours dans une région où l'assise nourricière n'est séparée du stigmate que par une ou deux assises cellulaires. Cette déhiscence poricide s'accomplit parfois par l'intermédiaire d'une assise mécanique (*Marsdenia*, *Vincetoxicum*). Dans tous les cas, après la déhiscence, la pollinie fait saillie à l'extérieur comme si elle subissait un accroissement et vient se coller au caudicule voisin.

» En somme, dans toutes les Asclépiadées que j'ai étudiées, j'ai observé des cellules mères primordiales provenant, comme dans le cas normal, du cloisonnement de cellules sous-épidermiques. Ces cellules donnent directement le pollen en se divisant en quatre. De plus, j'ai montré que la couche nourricière, formée d'une ou plusieurs assises, sécrète la couche cireuse qui entoure la pollinie, et que les caudicules et les rétinacles sont sécrétés par des cellules épidermiques du stigmate. Enfin, j'ai établi qu'après la déhiscence du sac pollinique la pollinie faisait saillie à l'extérieur du sac et venait se souder aux caudicules. »

AÉRONAUTIQUE. — *Nouvelles expériences d'Aéronautique maritime.*

Note de M. H. HERVÉ, présentée par M. L. Cailletet.

« M. le comte de La Vaulx, poursuivant ses recherches destinées à rendre la mer praticable aux aérostats et à obtenir de ceux-ci les services spéciaux que comportera le développement de cette nouvelle branche de la locomotion, avait transporté cette année à Palavas, près Montpellier, sa station d'essais, dont les abords étaient ici complètement dégagés.

» Le cube de l'aérostat, légèrement augmenté, était de 3400<sup>m³</sup>. Gonflé au gaz hydrogène, sa force ascensionnelle totale atteignit 3740<sup>kg</sup>, soit 1<sup>kg</sup>,100



par mètre cube, et cette bonne qualité du gaz permit d'emporter non seulement tous les appareils à expérimenter (contrairement à ce qui avait eu lieu dans l'ascension précédente), mais encore une réserve normale d'environ 800<sup>kg</sup> de lest.

» Le but de ce second voyage du *Méditerranéen* était la vérification des qualités aéronautiques des engins employés et des méthodes particulières usitées dans les expéditions antérieures du *National* et du *Méditerranéen*, avant d'aborder l'étude d'un nouveau moyen d'action, que nous avons appelé la *déviator automobile* et qui comportera l'emploi d'un moteur et d'un propulseur. L'addition prématurée de ces derniers appareils à l'ancien matériel eût pu donner lieu à de réels dangers résultant à la fois d'une connaissance insuffisante des organes ou de leur manœuvre et de la complexité du système.

» Le départ s'effectua le 22 septembre à 3<sup>h</sup>45<sup>m</sup> du matin. Après 36 heures d'expériences en mer, l'aérostat atterrit à Capite, près l'étang de Thau, à la suite d'une ascension libre exécutée à la fin du voyage par le soulèvement général des engins maritimes et avec plusieurs centaines de kilogrammes de lest résiduel à bord.

» Le déviateur *a minima*, bien que réduit dans cette expédition à 1<sup>m</sup>, 60 et à 23<sup>kg</sup>, fournit encore, cependant, 28° à 30° de déviation moyenne. L'emploi du déviateur *a maxima* permettant, d'autre part, d'obtenir jusqu'à 60° par beau temps, comme il a été constaté lors des essais du *National*, en 1886, la supériorité considérable de ces dispositifs sur la méthode de la voile, notamment (dont l'efficacité, d'ailleurs contestée, n'aurait pas dépassé 8° dans les expériences de M. Strindberg, en 1896), demeure établie.

» Le système stabilisateur comprenait simultanément les engins du type flexible et du type articulé. Leur puissance totale, portée à dessein à près de 800<sup>kg</sup>, mit en lumière leurs propriétés respectives, grâce à la comparaison de leur mode d'action dans les mêmes circonstances, et procura les plus utiles indications sur les valeurs à attribuer à leurs principales caractéristiques : intensité, flottabilité, flexibilité, etc. La sécurité et la durée (comprise entre 24 et 41 heures) des trois ascensions de ballons à déviateurs leur sont en grande partie attribuables.

» Un certain nombre d'autres organes peuvent être considérés comme ayant fait aujourd'hui leurs preuves; ce sont : la suspension articulée, la nacelle à magasin, les treuils, les compensateurs, le cône d'écoulement



appliqué pour la première fois en 1886 au *National*, divers appareils de mesures, etc.

» Nos études sur les rapports éventuels des navires et des aérostats nous ont conduits à réaliser diverses manœuvres de remorquage du *Méditerranéen* par le contre-torpilleur *l'Épée* mis gracieusement à notre disposition par M. le Ministre de la Marine, et qui furent pour nous la source de renseignements précieux, dont nous sommes aussi redevables au concours dévoué de M. le Commandant Moullé et des officiers de *l'Épée*.

» L'équipage du *Méditerranéen* se composait de MM. le comte de La Vaulx, le comte de Castillon de Saint-Victor, l'enseigne de vaisseau Laignier, Henri Hervé, Duhanot, constructeur.

» Qu'il nous soit permis de terminer cette relation par quelques considérations sur la technique des ascensions aéromaritimes en général et sur notre programme d'expériences en particulier.

» Les principes de l'équilibre et de la dirigeabilité sont les mêmes pour les ballons terrestres et pour les ballons maritimes (équilibre stable à toute altitude requise, vitesse propre horizontale supérieure à la vitesse des vents ordinaires).

» Mais il est nécessaire d'établir, en ce qui concerne l'aéronautique maritime, une technique spéciale en raison de la nature liquide de cette partie du globe qui, dans le cas d'un contact, présente des avantages et des dangers particuliers, et il est indispensable de recourir à une méthode également spéciale d'expériences, à cause de la vaste étendue des mers et, par conséquent, de la durée considérable exigible du voyage, durée intimement liée à la solution des problèmes d'équilibre.

» Ainsi les problèmes de stabilité en altitude prennent ici une importance prépondérante puisque d'eux dépend la sécurité. Nos premiers essais furent donc relatifs à des engins stabilisateurs fonctionnant au voisinage de la mer.

» Pour l'étude des problèmes de direction, nous avons éliminé provisoirement les difficultés relatives à la stabilité longitudinale et à l'emploi des moteurs, par l'utilisation des aérostats sphériques et l'application d'appareils purement passifs appelés *déviateurs*.

» En attendant les progrès de l'industrie des moteurs légers absolument insuffisants en 1886, nous nous sommes préoccupés de perfectionner, depuis cette époque, toutes les parties du matériel maritime actuel, suspension, nacelle, treuils, forme, organes de prise d'eau, etc.

» Les moteurs à pétrole étant enfin devenus simples et légers, nous



tenterons, dans de prochains essais, de réaliser, mais encore avec les ballons sphériques, la *déviatiou automobile*, en même temps que nous aborderons les problèmes d'équilibre dans les régions moyennes de l'atmosphère.

» Ce n'est que plus tard, après une longue pratique des moyens précédents, qu'il conviendrait de s'attaquer aux difficultés inhérentes à l'emploi de la forme allongée et à l'obtention d'une vitesse propre suffisante pour procurer la dirigeabilité absolue, les engins primitifs de stabilisation et de déviation passant alors, sans disparaître, à un rôle purement auxiliaire et éventuel.

» Alors seulement les *traversées* maritimes seront significatives, parce qu'elles pourront être renouvelées dans la plupart des circonstances atmosphériques habituelles. Mais auparavant, nous l'espérons, bien des problèmes susceptibles d'utiles et immédiates applications auront pu être résolus à l'aide de laboratoires aériens tels que le *Méditerranéen*. »

M. GOYAUD adresse une nouvelle Note « Sur la fermentation pectique ».

De nouvelles expériences, effectuées avec des réactifs privés de chaux, conduisent l'auteur à cette conclusion que « des doses faibles d'acide chlorhydrique ralentissent l'action de la pectase; une proportion suffisante peut même empêcher la fermentation de s'établir ».

A 4 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

### COMITÉ SECRET.

L'Académie décide de compléter la Commission d'Aéronautique, qui se trouve ainsi composée :

MM. MAREY, MASCART, MAURICE LEVY, MARCEL DEPREZ, LÉAUTÉ, APPELL et les Membres composant le Bureau.

La séance est levée à 5 heures.

G. D.



## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 20 OCTOBRE 1902.

(Suite.)

*Tycho Brahé, esquisse biographique et compte rendu de la découverte de la dépouille mortelle de Tycho Brahé*, par JEAN HÉRAIN et HENRI MATIEGKA, avec 14 gravures et illustrations, dont 8 dans le texte et 6 hors texte. Prague, imp. AL. Wiesner, 1902; 1 fasc. in-8°. (Hommage de la Société des Amis des antiquités bohêmes.)

*Sui fenomini acustici dei condensatori*; Memoria del prof. AUGUSTO RIGHI. Bologne, imp. Gamberini et Parmeggiani, 1902; 1 fasc. in-8°.

*Sur les réseaux à nœuds hélicotétraédriques, à propos d'études récentes sur la constitution du quartz*; Mémoire préliminaire par FRANÇOIS DE MEMME. Genova (Italie), imp. Pellas, 1902; 1 fasc. in-8°.

*The action of copper on leaves, with special reference to the injurious effects of fungicides on peach foliage*; a physiological investigation, by SAMUEL-M. BAIN. (Bul. of the agricultural experiment Station of the University of Tennessee, vol. XV, n° 2, avril 1902.) (Hommage de l'auteur.)

*Note sur des formules d'introduction à l'Énergétique physio- et psycho-sociologique*, par ERNEST SOLVAY. Bruxelles, Henri Lamertin, 1902; 1 fasc. in-8°.

*Fog-signal Edem*, par ÉMILE DE MEULEMEESTER, contenant 5 planches. Bruxelles, imp. Ch. Bulens, s. d.; 1 fasc. in-8°.

## ERRATA.

(Séance du 20 octobre 1902.)

Note de MM. Laveran et Mesnil, Sur quelques Protozoaires parasites d'une Tortue d'Asie (*Damonia Reevesii*) :

Page 613, ligne 11 en remontant (sans compter la note), au lieu de microgamètes, lisez macrogamètes.